

Aufgaben Potenzfunktionen

1. Ein Quadrat hat eine Seitenlänge von 2 cm. Die Seitenlänge wird vergrößert.
 - a) Berechne die Fläche des Quadrats für die Seitenlängen 2, 3, 4 und 5 cm.
 - b) Stelle die Entwicklung der Fläche in einer Tabelle dar.
 - c) Beschreibe, wie sich die Fläche verändert, wenn die Seitenlänge größer wird.
 - d) Gib die Funktionsgleichung an und erkläre, warum es sich um eine Potenzfunktion handelt.

2. Lies aus dem Graphen zu $x \mapsto x^2$ [$x \mapsto x^3$]
 - a) die Funktionswerte an den Stellen 0,5; -0,5; 1,6; -1,6 ab.
 - b) die Stellen ab, an denen die Funktion (1) den Wert 4; (2) den Wert 5 annimmt.Überprüfe das Ergebnis rechnerisch.

3. Die angegebenen Punkte liegen auf dem Graphen der jeweiligen Funktion.
 - a) $x \mapsto x^3$; $P_1(4|_)$, $P_2(_|27)$; $P_3(_|-27)$; $P_4(_|0,125)$, $P_5(-0,5|_)$
 - b) $x \mapsto x^4$; $P_1(-2|_)$, $P_2(0,2|_)$; $P_3(-0,2|_)$; $P_4(_|0)$, $P_5(_|81)$

4. Stelle den Graphen der Funktion zeichnerisch dar und beschreibe seine Eigenschaften.
 - a) $x \mapsto \frac{1}{2}x^2$
 - b) $x \mapsto 1,6x^2$
 - c) $x \mapsto 0,7x^2$

5. Lege eine Wertetabelle an und zeichne den Graphen dieser Funktion: $x \mapsto 4x^2$.
 - a) Gib Eigenschaften des Graphen an.
 - b) Vergleiche den Graphen mit dem Graphen von $x \mapsto x^2$.

Lösungen

1. Ein Quadrat hat eine Seitenlänge von 2 cm. Die Seitenlänge wird vergrößert.

a) Berechne die Fläche des Quadrats für die Seitenlängen 2, 3, 4 und 5 cm.

$$A(x) = x^2$$

$$x = 2$$

$$A(2) = (2 \text{ cm})^2 = 4 \text{ cm}^2$$

$$x = 3$$

$$A(3) = (3 \text{ cm})^2 = 9 \text{ cm}^2$$

$$x = 4$$

$$A(4) = (4 \text{ cm})^2 = 16 \text{ cm}^2$$

$$x = 5$$

$$A(5) = (5 \text{ cm})^2 = 25 \text{ cm}^2$$

b) Stelle die Entwicklung der Fläche in einer Tabelle dar.

Seitenlänge (cm)	2	3	4	5
Fläche (cm ²)	4	9	16	25

c) Beschreibe, wie sich die Fläche verändert, wenn die Seitenlänge größer wird.

Wenn die Seitenlänge größer wird, nimmt die Fläche des Quadrats immer stärker zu. Die Fläche wächst quadratisch, da die Seitenlänge mit sich selbst multipliziert wird.

d) Gib die Funktionsgleichung an und erkläre, warum es sich um eine Potenzfunktion handelt.

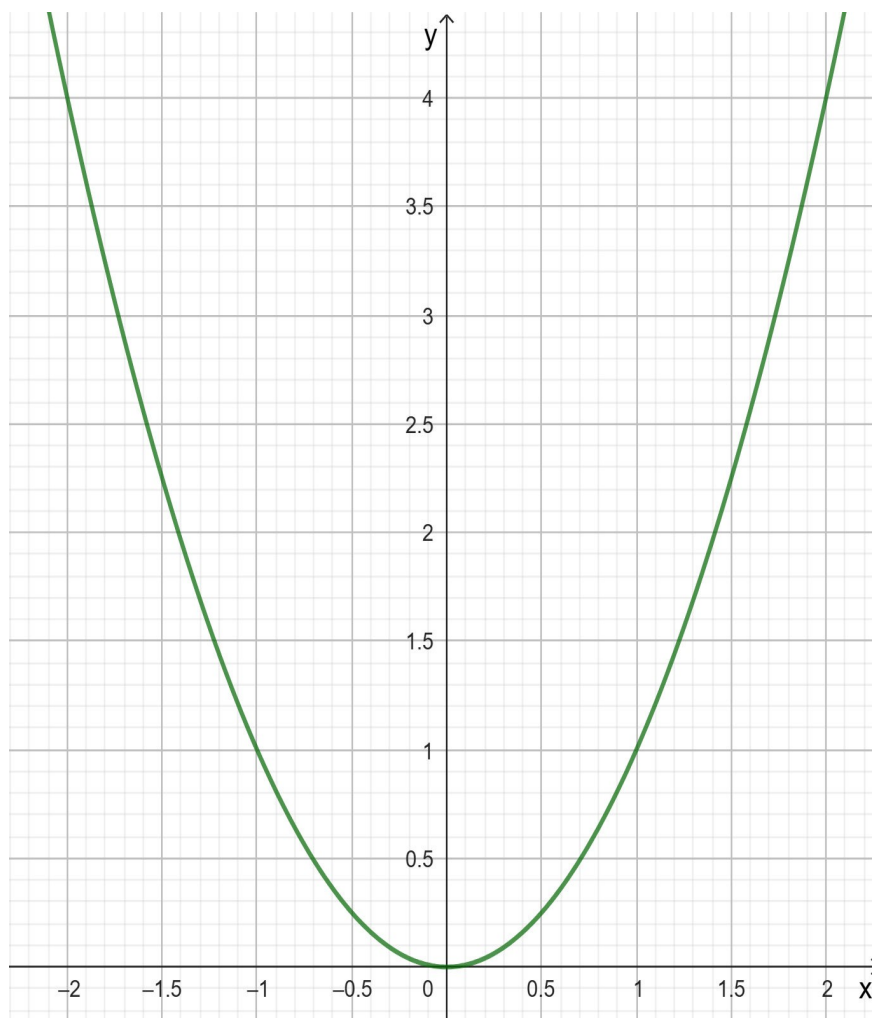
$$A(x) = x^2$$

Es handelt sich um eine Potenzfunktion, weil die Variable x die Basis ist und der Exponent 2 unverändert bleibt.

2. Lies aus dem Graphen zu $x \mapsto x^2$ [$x \mapsto x^3$]

a) die Funktionswerte an den Stellen 0,5; -0,5; 1,6; -1,6 ab.

$$x \mapsto x^2$$



$$x = 0,5$$

$$y = 0,25$$

$$x = -0,5$$

$$y = 0,25$$

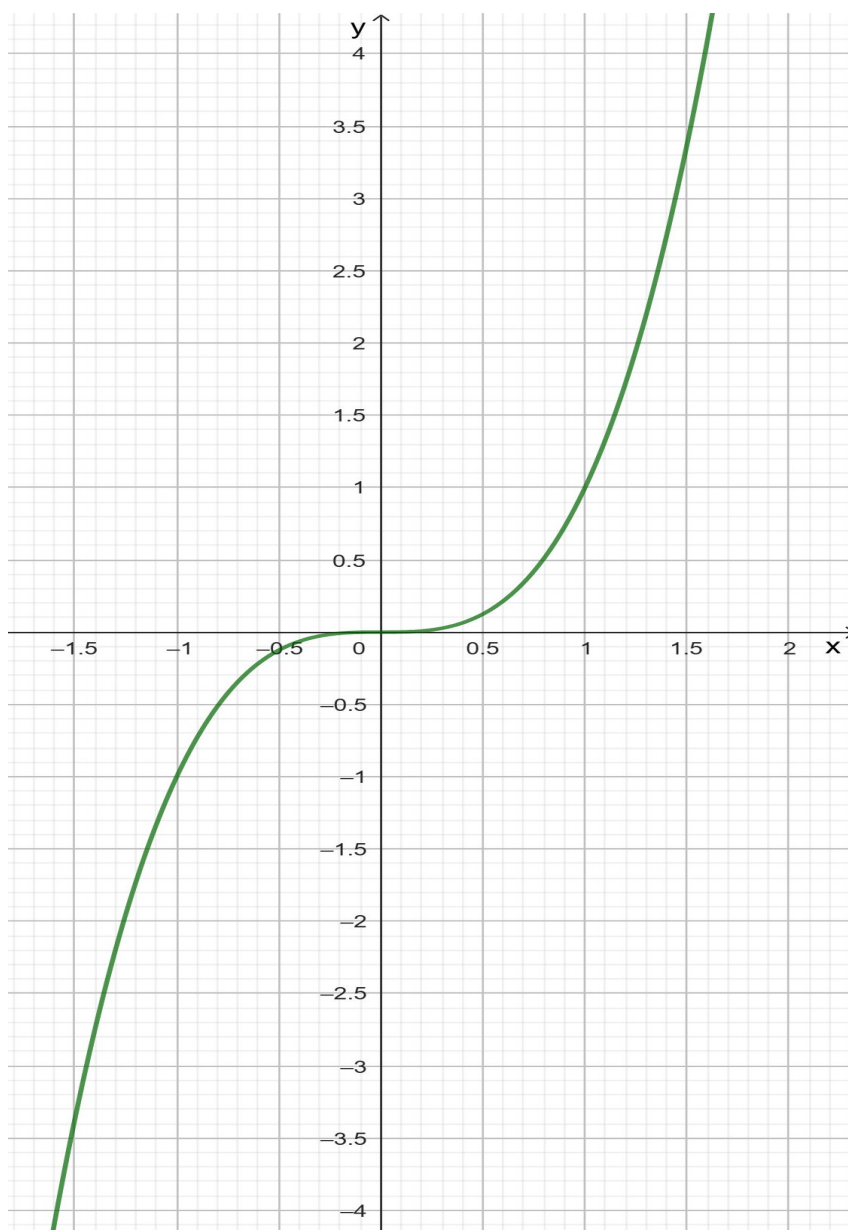
$$x = 1,6$$

$$y \approx 2,5$$

$$x = -1,6$$

$$y \approx 2,5$$

$$x \mapsto x^3$$



$$x = 0,5$$

$$y \approx 0,1$$

$$x = -0,5$$

$$y \approx -0,1$$

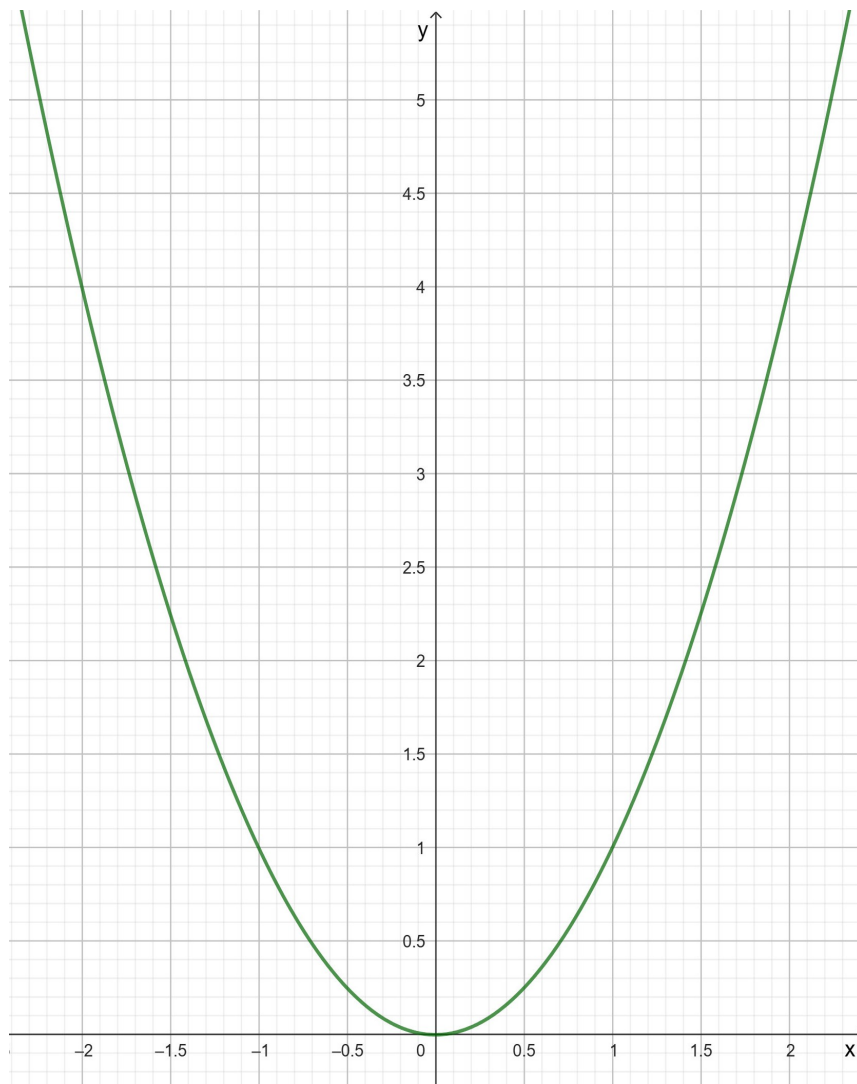
$$x = 1,6$$

$$y \approx 4$$

$$x = -1,6$$

$$y \approx -4$$

b) die Stellen ab, an denen die Funktion (1) den Wert 4; (2) den Wert 5 annimmt.



$$y = 4$$

$$x = 2$$

$$x = -2$$

$$y = 5$$

$$x \approx 2,2$$

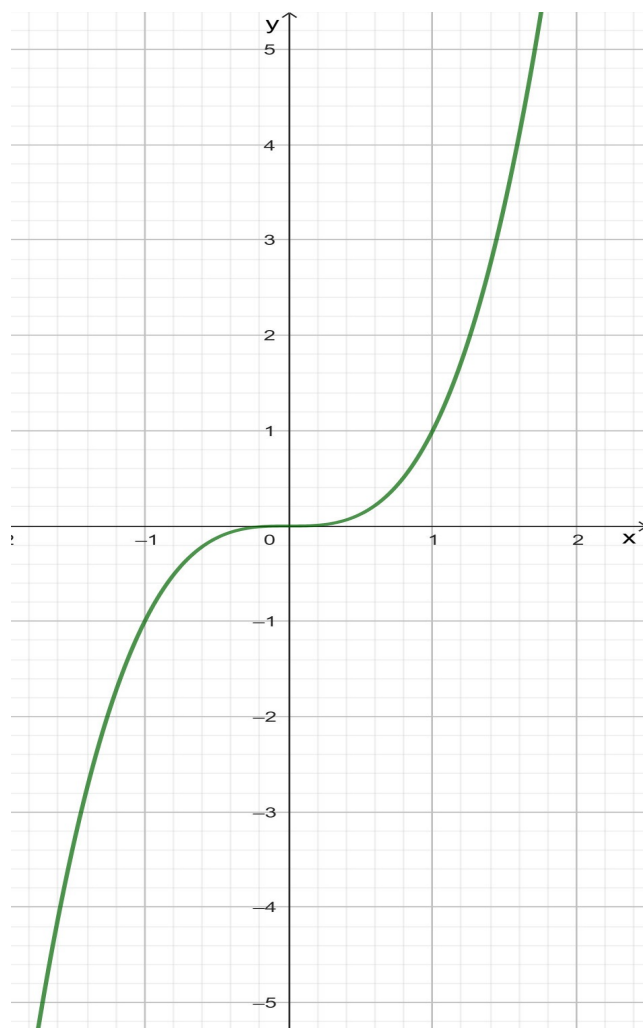
$$x \approx -2,2$$

Überprüfe das Ergebnis rechnerisch.

$$x^2 = 4 \quad | \sqrt{}$$

$$x = \pm \sqrt{4}$$

$$x = \pm 2$$



$$y = 4$$

$$x \approx 1,6$$

$$y = 5$$

$$x \approx 1,7$$

Überprüfe das Ergebnis rechnerisch.

$$x^3 = 4 \quad | \sqrt[3]{}$$

$$x = \sqrt[3]{4}$$

$$x \approx 1,59$$

$$x^3 = 5 \quad | \sqrt[3]{}$$

$$x = \sqrt[3]{5}$$

$$x \approx 1,71$$

3. Die angegebenen Punkte liegen auf dem Graphen der jeweiligen Funktion.

$$\text{a) } x \mapsto x^3; P_1(4|), P_2(|27); P_3(|-27); P_4(|0,125), P_5(-0,5|)$$

$$P_1(4|)$$

$$(4)^3 = y$$

$$64 = y$$

$$P_1(4|64)$$

$$P_2(|27)$$

$$x^3 = 27 \quad | \sqrt[3]{}$$

$$x = \sqrt[3]{27}$$

$$x = 3$$

$$P_2(3|27)$$

$$P_3(_|-27)$$

$$x^3 = -27 \quad |\sqrt[3]{}$$

$$x = \sqrt[3]{-27}$$

$$x = -3$$

$$P_3(-3|-27)$$

$$P_4(_|0,125)$$

$$x^3 = 0,125 \quad |\sqrt[3]{}$$

$$x = \sqrt[3]{0,125}$$

$$x = 0,5$$

$$P_4(0,5|0,125)$$

$$P_5(-0,5|_)$$

$$(-0,5)^3 = y$$

$$-0,125 = y$$

$$P_5(-0,5|-0,125)$$

$$b) \ x \mapsto x^4; P_1(-2|_), P_2(0,2|_); P_3(-0,2|_); P_4(_|0), P_5(_|81)$$

$$P_1(-2|_)$$

$$(-2)^4 = y$$

$$16 = y$$

$$P_1(-2|16)$$

$$P_2(0,2|_)$$

$$(0,2)^4 = y$$

$$0,0016 = y$$

$$P_2(0,2|0,0016)$$

$$P_3(-0,2|_)$$

$$(-0,2)^4 = y$$

$$0,0016 = y$$

$$P_3(-0,2|0,0016)$$

$$P_4(|0)$$

$$x^4 = 0 \quad | \sqrt[4]{}$$

$$x = 0$$

$$P_4(0|0)$$

$$P_5(|81)$$

$$x^4 = 81 \quad | \sqrt[4]{}$$

$$x = \sqrt[4]{81}$$

$$x = \pm 3$$

$$P_5(-3|81); \quad P_5(3|81)$$

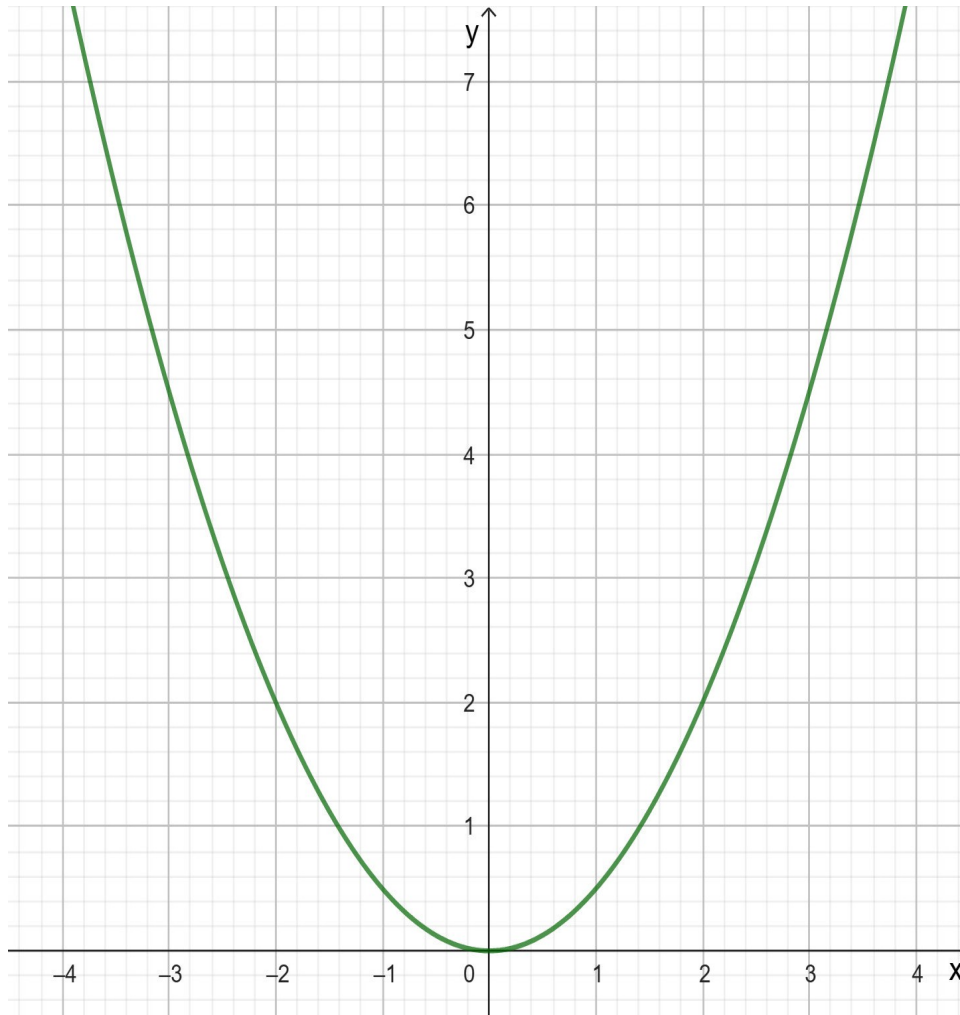
4. Stelle den Graphen der Funktion zeichnerisch dar und beschreibe seine Eigenschaften.

$$a) \quad x \mapsto \frac{1}{2}x^2$$

Eigenschaften der Funktion:

1. Graph: eine nach oben geöffnete Parabel.
2. Scheitelpunkt: S(0|0).
3. Symmetrie: achsensymmetrisch zur y-Achse.
4. Öffnung: nach oben.
5. Breite: Die Parabel ist breiter als die Normalparabel $y = x^2$.
6. Definitionsmenge: alle reellen Zahlen ($\mathbb{R}$).

7. Wertemenge: alle Zahlen ab 0 ($y \geq 0$).
8. Nullstelle: $x = 0$ (doppelte Nullstelle).
9. Monotonie: Für x kleiner 0 fallend, für x größer 0 steigend.



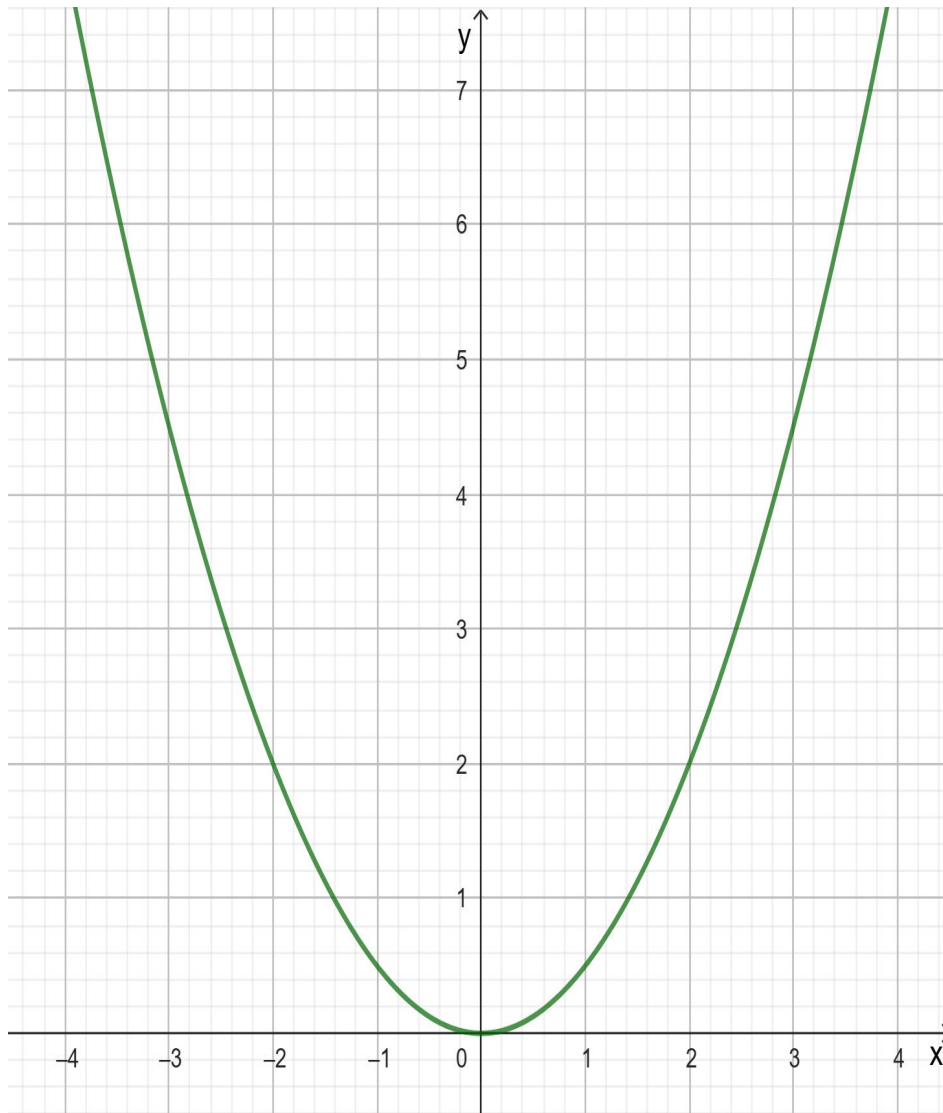
Der Faktor $\frac{1}{2}$ sorgt dafür, dass die Parabel breiter und flacher als die Normalparabel ist

b) $x \rightarrow 1,6x^2$

Eigenschaften der Funktion:

1. Graph: nach oben geöffnete Parabel.
2. Scheitelpunkt: $S(0|0)$.
3. Symmetrie: achsensymmetrisch zur y-Achse.
4. Öffnung: nach oben.

5. Breite: schmäler und steiler als die Normalparabel $y = x^2$
6. Definitionsmenge: alle reellen Zahlen ($\mathbb{R}$).
7. Wertemenge: $y \geq 0$.
8. Nullstelle: $x = 0$ (doppelte Nullstelle).
9. Monotonie: Für x kleiner 0 fallend, für x größer 0 steigend.



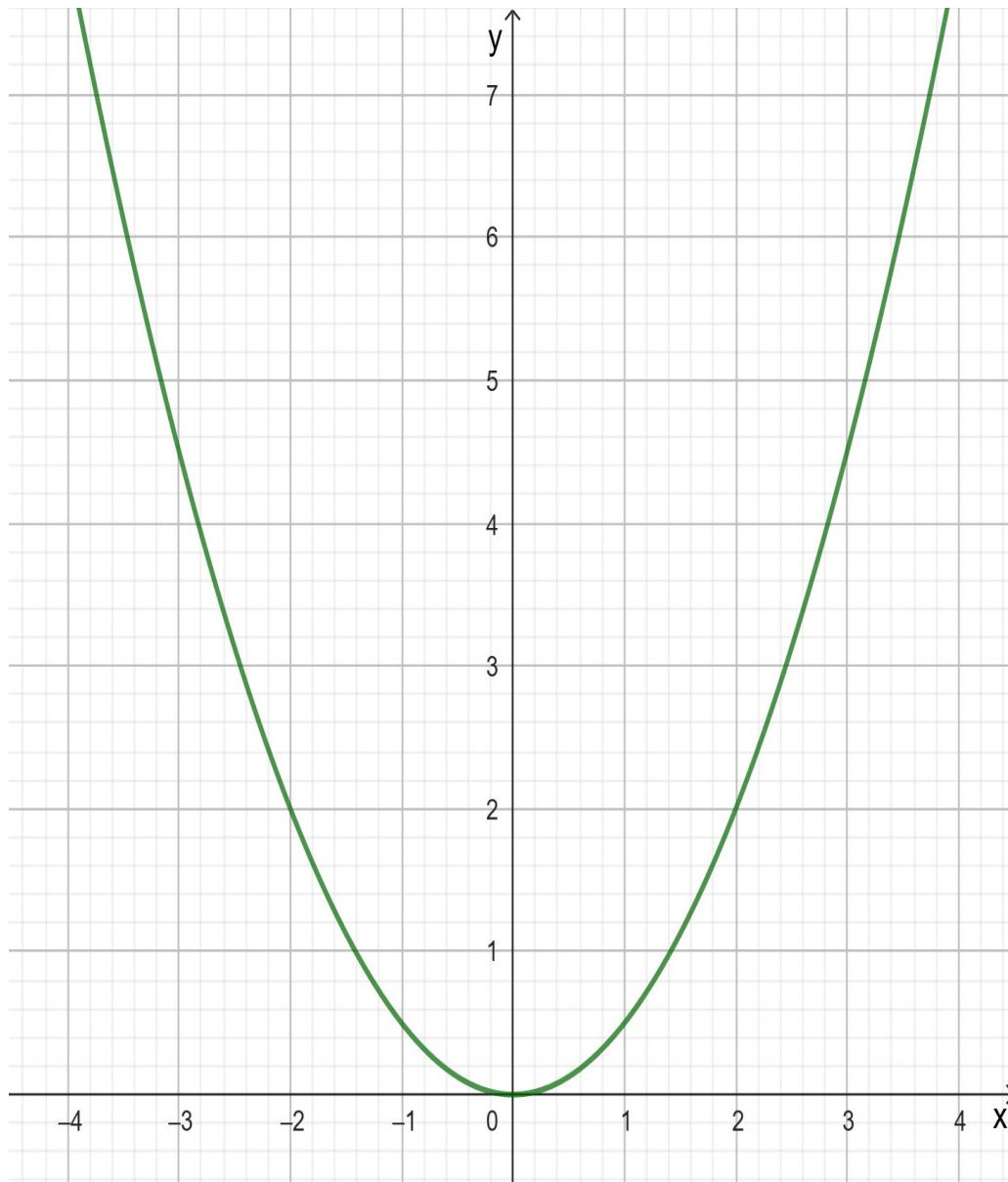
Weil der Faktor 1,6 größer als 1 ist, ist die Parabel schmäler und steiler als die Normalparabel.

c) $x \mapsto 0,7x^2$

Eigenschaften der Funktion:

1. Graph: nach oben geöffnete Parabel.
2. Scheitelpunkt: $S(0|0)$.

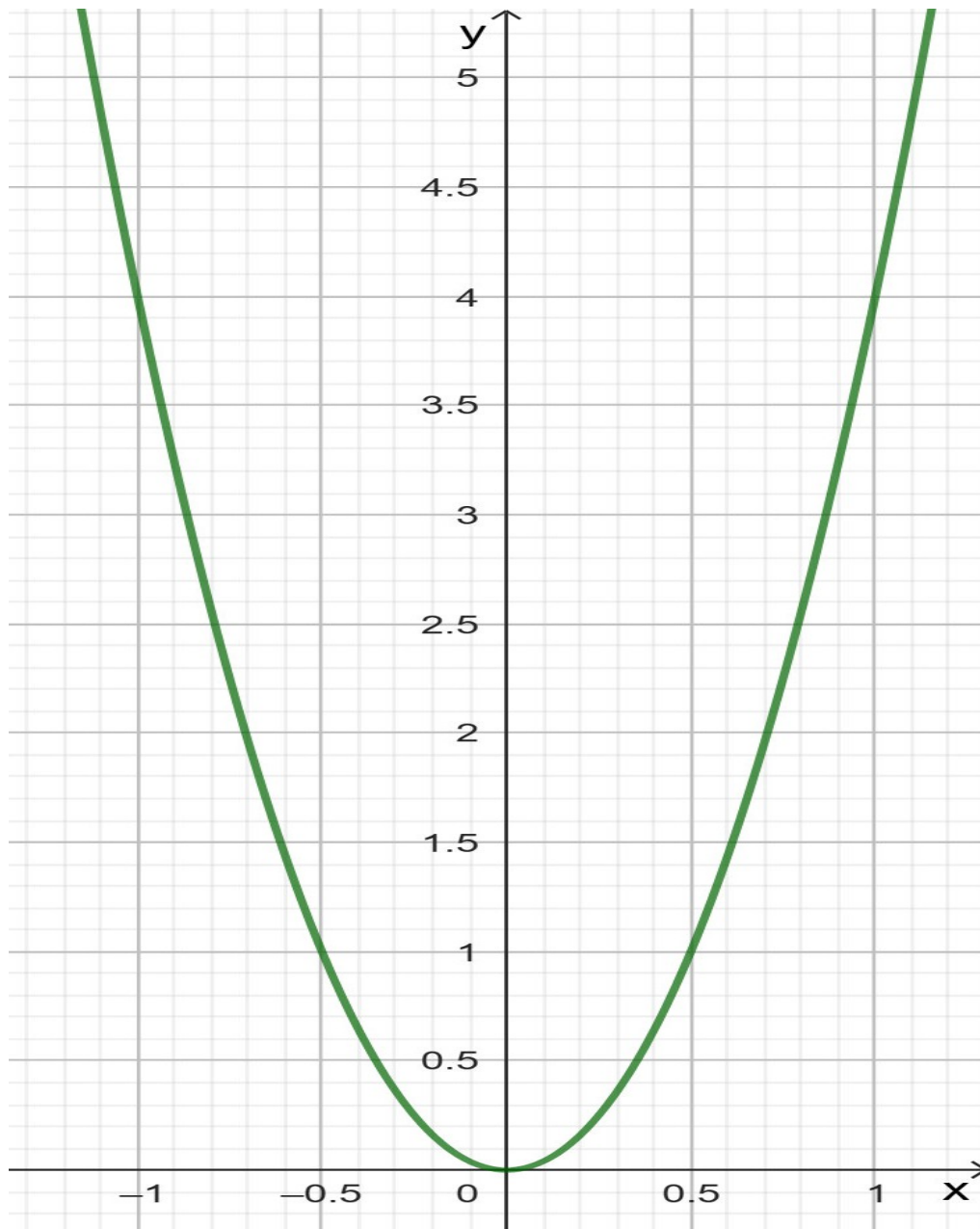
3. Symmetrie: achsensymmetrisch zur y-Achse.
4. Öffnung: nach oben.
5. Breite: breiter und flacher als die Normalparabel $y = x^2$.
6. Definitionsmenge: Alle reellen Zahlen ($\mathbb{R}$).
7. Wertemenge: $y \geq 0$.
8. Nullstelle: $x = 0$ (doppelte Nullstelle).
9. Monotonie: Für x kleiner 0 fallend, für x größer 0 steigend.



Da 0,7 kleiner als 1 ist, ist die Parabel breiter und flacher als die Normalparabel.

5. Lege eine Wertetabelle an und zeichne den Graphen dieser Funktion: $x \mapsto 4x^2$.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	36	26	4	0	4	16	36



a) Gib Eigenschaften des Graphen an.

Eigenschaften des Graphen

1. Graph: nach oben geöffnete Parabel.
2. Scheitelpunkt: $S(0|0)$.

3. Symmetrie: achsensymmetrisch zur y-Achse.
4. Öffnung: nach oben.
5. Breite: schmal und steil.
6. Definitionsmenge: alle reellen Zahlen ($\mathbb{R}$).
7. Wertemenge: $y \geq 0$.
8. Nullstelle: $x = 0$ (doppelte Nullstelle).
9. Monotonie: links vom Scheitelpunkt fallend, rechts davon steigend.

b) Vergleiche den Graphen mit dem Graphen von $x \mapsto x^2$.

Vergleich mit $f(x) = x^2$

- Beide Parabeln sind nach oben geöffnet.
- Beide haben den Scheitelpunkt $S(0|0)$.
- Beide sind achsensymmetrisch zur y-Achse.
- Die Parabel $4x^2$ ist schmaler und steiler als die Normalparabel x^2 .
- Die y-Werte sind bei gleichen x-Werten viermal so groß.