

Aufgaben quadratische Gleichungen

1. Löse die folgenden quadratischen Gleichungen mithilfe der p-q-Formel.

a) $x^2 - 2x - 15 = 0$

b) $x^2 - 7x + 6 = 0$

c) $x^2 - 11x - 5,75 = 0$

d) $2x^2 - 3x - 104 = 0$

e) $3y^2 - 4,4y - 9,6 = 0$

f) $(2z - 3)^2 - (3z - 2)^2 = 7,5z$

2. Bestimme die Lösungsmenge mittels p-q-Formel.

a) $(3x - 11)(20 - 2x) = (7x - 4)(7 - x) + 300$

b) $(2x - 5)^2 = x(x - 9) + 19$

c) $(7 - 2x)(3x - 2) = (x + 9)(9x - 6)$

d) $(8x - 7)^2 - 3 = (11 - 6x)(4x + 5)$

e) $(x - 3)^2 + (x - 4)^2 = (8 - 2x)^2 - 0,5x$

f) $(2x + 7)(3x - 2) = 7(5x - 2)$

3. Ein rechtwinkliges Dreieck hat eine Hypotenuse mit der Länge 29 cm. Die Höhe auf die Hypotenuse beträgt 10 cm. Bestimme mithilfe einer quadratischen Gleichung die Längen der beiden Hypotenusenabschnitte. Ziehe zur Lösung der quadratischen Gleichung die p-q-Formel heran.

4. Es liegt ein Rechteck vor, dessen Diagonale eine Länge von 25 cm hat und bei dem die eine Rechteckseite 17 cm länger als die andere ist. Berechne den Umfang des Rechtecks.

5. Überprüfe, ob die Gerade mit der Gleichung $y = 8x - 17$ gemeinsame Punkte mit der Normalparabel aufweist. Falls das zutrifft, bestimme diese Punkte.

6. Bestimme die Lösungsmenge mittels der p-q-Formel.

a) $(56 + 10x)^2 + (10x + 33)^2 = (14x + 65)^2$

b) $(a - 2)(a + 1)(a + 3) - a^2(a + 1) + 6 = 0$

c) $2(17 - 3y) = (2y - 5)^2 + (4y + 3)^2$

d) $(3x + 4)(8 - 5x) = -x(4 + 11x)$

e) $4(5 - 10x)(5x - 4) = (10x - 6)(5x + 8)$

f) $100x^2 + (5x + 3)^2 - 7 = (4 - 15x)^2$

g) $5x(3x - 1) = (2x - 3)^2 + (2x + 3)^2$

h) $(x - 3)(3x - 8) = (x - 4)(2x + 3)$

Lösungen

1. Löse die folgenden quadratischen Gleichungen mithilfe der p-q-Formel.

a) $x^2 - 2x - 15 = 0$

$$x_{1,2} = \frac{2}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{2}{2}\right)^2 + 15}$$

$$x_{1,2} = 1 \pm \sqrt{(1)^2 + 15}$$

$$x_{1,2} = 1 \pm \sqrt{1 + 15}$$

$$x_{1,2} = 1 \pm \sqrt{16}$$

$$x_{1,2} = 1 \pm 4$$

$$x_1 = 1 - 4 = -3$$

$$x_2 = 1 + 4 = 5$$

$$L = \{-3; 5\}$$

b) $x^2 - 7x + 6 = 0$

$$x_{1,2} = \frac{7}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{7}{2}\right)^2 - 6}$$

$$x_{1,2} = 3,5 \pm \sqrt{(3,5)^2 - 6}$$

$$x_{1,2} = 3,5 \pm \sqrt{12,25 - 6}$$

$$x_{1,2} = 3,5 \pm \sqrt{6,25}$$

$$x_{1,2} = 3,5 \pm 2,5$$

$$x_1 = 3,5 - 2,5 = 1$$

$$x_2 = 3,5 + 2,5 = 6$$

$$L = \{1; 6\}$$

$$c) \quad x^2 - 11x - 5,75 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{11}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{11}{2}\right)^2 + 5,75}$$

$$x_{1,2} = 5,5 \pm \sqrt{(5,5)^2 + 5,75}$$

$$x_{1,2} = 5,5 \pm \sqrt{30,25 + 5,75}$$

$$x_{1,2} = 5,5 \pm \sqrt{36}$$

$$x_{1,2} = 5,5 \pm 6$$

$$x_1 = 5,5 - 6 = -0,5$$

$$x_2 = 5,5 + 6 = 11,5$$

$$L = \{-0,5; 11,5\}$$

$$d) \quad 2x^2 - 3x - 104 = 0$$

$$2x^2 - 3x - 104 = 0 \quad | : 2$$

$$x^2 - 1,5x - 52 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{1,5}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{1,5}{2}\right)^2 + 52}$$

$$x_{1,2} = 0,75 \pm \sqrt{(0,75)^2 + 52}$$

$$x_{1,2} = 0,75 \pm \sqrt{0,5625 + 52}$$

$$x_{1,2} = 0,75 \pm \sqrt{52,5625}$$

$$x_{1,2} = 0,75 \pm 7,25$$

$$x_1 = 0,75 - 7,25 = -6,5$$

$$x^2 = 0,75 + 7,25 = 8$$

$$L = \{-6,5; 8\}$$

$$e) \quad 3y^2 - 4,4y - 9,6 = 0$$

$$3y^2 - 4,4y - 9,6 = 0 \quad | : 3$$

$$y^2 - \frac{22}{15}y - \frac{16}{5} = 0$$

$$y_{1,2} = \frac{\frac{22}{15}}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\frac{22}{15}}{2}\right)^2 + \frac{16}{5}}$$

$$y_{1,2} = \frac{11}{15} \pm \sqrt{\left(\frac{11}{15}\right)^2 + \frac{16}{5}}$$

$$y_{1,2} = \frac{11}{15} \pm \sqrt{\frac{121}{225} + \frac{16}{5}}$$

$$y_{1,2} = \frac{11}{15} \pm \sqrt{\frac{841}{225}}$$

$$y_{1,2} = \frac{11}{15} \pm \frac{29}{15}$$

$$y_1 = \frac{11}{15} - \frac{29}{15} = -\frac{18}{15} = -\frac{6}{5}$$

$$y_2 = \frac{11}{15} + \frac{29}{15} = \frac{40}{15} = \frac{8}{3}$$

$$L = \left\{-\frac{6}{5}; \frac{8}{3}\right\}$$

$$f) \quad (2z - 3)^2 - (3z - 2)^2 = 7,5z$$

$$(2z - 3)^2 - (3z - 2)^2 = 7,5z$$

$$(2z)^2 - 2 \cdot 2z \cdot 3 + (3)^2 - [(3z)^2 - 2 \cdot 3z \cdot 2 + (2)^2] = 7,5z$$

$$4z^2 - 12z + 9 - (9z^2 - 12z + 4) = 7,5z$$

$$4z^2 - 12z + 9 - 9z^2 + 12z - 4 = 7,5z$$

$$-5z^2 + 5 = 7,5z = 0 \quad | -7,5z$$

$$-5z^2 - 7,5z + 5 = 0 \quad | : (-5)$$

$$z^2 + 1,5z - 1 = 0$$

$$z_{1,2} = -\frac{1,5}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{1,5}{2}\right)^2 + 1}$$

$$z_{1,2} = -0,75 \pm \sqrt{(0,75)^2 + 1}$$

$$z_{1,2} = -0,75 \pm \sqrt{0,5625 + 1}$$

$$z_{1,2} = -0,75 \pm \sqrt{1,5625}$$

$$z_{1,2} = -0,75 \pm 1,25$$

$$z_1 = -0,75 - 1,25 = -2$$

$$z_2 = -0,75 + 1,25 = 0,5$$

$$L = \{-2; 0,5\}$$

2. Bestimme die Lösungsmenge mittels p-q-Formel.

$$a) \quad (3x - 11)(20 - 2x) = (7x - 4)(7 - x) + 300$$

$$(3x - 11)(20 - 2x) = (7x - 4)(7 - x) + 300$$

$$3x \cdot 20 + 3x \cdot (-2x) - 11 \cdot 20 - 11 \cdot (-2x) = 7x \cdot 7 + 7x \cdot (-x) - 4 \cdot 7 - 4 \cdot (-x) + 300$$

$$60x - 6x^2 - 220 + 22x = 49x - 7x^2 - 28 + 4x + 300$$

$$82x - 6x^2 - 220 = 53x - 7x^2 + 272 \quad | + 7x^2$$

$$x^2 + 82x - 220 = 53x + 272 \quad | - 53x$$

$$x^2 + 29x - 220 = 272 \quad | - 272$$

$$x^2 + 29x - 492 = 0$$

$$x_{1,2} = -\frac{29}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{29}{2}\right)^2 + 492}$$

$$x_{1,2} = -14,5 \pm \sqrt{(14,5)^2 + 492}$$

$$x_{1,2} = -14,5 \pm \sqrt{210,25 + 492}$$

$$x_{1,2} = -14,5 \pm \sqrt{702,25}$$

$$x_{1,2} = -14,5 \pm 26,5$$

$$x_1 = -14,5 - 26,5 = -41$$

$$x_2 = -14,5 + 26,5 = 12$$

$$L = \{-41; 12\}$$

$$\text{b) } (2x - 5)^2 = x(x - 9) + 19$$

$$(2x - 5)^2 = x(x - 9) + 19$$

$$(2x)^2 - 2 \cdot 2x \cdot 5 + (5)^2 = x \cdot x + x \cdot (-9) + 19$$

$$4x^2 - 20x + 25 = x^2 - 9x + 19 \quad | -x^2$$

$$3x^2 - 20x + 25 = -9x + 19 \quad | +9x$$

$$3x^2 - 11x + 25 = 19 \quad | -19$$

$$3x^2 - 11x + 6 = 0 \quad | :3$$

$$x^2 - \frac{11}{3}x + 2 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{\frac{11}{3}}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\frac{11}{3}}{2}\right)^2 - 2}$$

$$x_{1,2} = \frac{11}{6} \pm \sqrt{\left(\frac{11}{6}\right)^2 - 2}$$

$$x_{1,2} = \frac{11}{6} \pm \sqrt{\frac{121}{36} - 2}$$

$$x_{1,2} = \frac{11}{6} \pm \sqrt{\frac{49}{36}}$$

$$x_{1,2} = \frac{11}{6} \pm \frac{7}{6}$$

$$x_1 = \frac{11}{6} - \frac{7}{6} = \frac{2}{3}$$

$$x_2 = \frac{11}{6} + \frac{7}{6} = \frac{18}{6} = 3$$

$$L = \left\{ \frac{2}{3}; 3 \right\}$$

$$c) (7 - 2x)(3x - 2) = (x + 9)(9x - 6)$$

$$(7 - 2x)(3x - 2) = (x + 9)(9x - 6)$$

$$7 \cdot 3x + 7 \cdot (-2) - 2x \cdot 3x - 2x \cdot (-2) = x \cdot 9x + x \cdot (-6) + 9 \cdot 9x + 9 \cdot (-6)$$

$$21x - 14 - 6x^2 + 4x = 9x^2 - 6x + 81x - 54$$

$$25x - 14 - 6x^2 = 9x^2 + 75x - 54 \quad | + 6x^2$$

$$25x - 14 = 15x^2 + 75x - 54 \quad | - 25x$$

$$-14 = 15x^2 + 50x - 54 \quad | + 14$$

$$0 = 15x^2 + 50x - 40 \quad | : 15$$

$$x^2 + \frac{50}{15}x - \frac{40}{15} = 0$$

$$x^2 + \frac{10}{3}x - \frac{8}{3} = 0$$

$$x_{1,2} = -\frac{\frac{10}{3}}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\frac{10}{3}}{2}\right)^2 + \frac{8}{3}}$$

$$x_{1,2} = -\frac{10}{6} \pm \sqrt{\left(\frac{10}{6}\right)^2 + \frac{8}{3}}$$

$$x_{1,2} = -\frac{10}{6} \pm \sqrt{\frac{100}{36} + \frac{8}{3}}$$

$$x_{1,2} = -\frac{10}{6} \pm \sqrt{\frac{49}{9}}$$

$$x_{1,2} = -\frac{10}{6} \pm \frac{7}{3}$$

$$x_1 = -\frac{10}{6} - \frac{7}{3} = -4$$

$$x_2 = -\frac{10}{6} + \frac{7}{3} = \frac{2}{3}$$

$$L = \{-4; \frac{2}{3}\}$$

$$d) (8x - 7)^2 - 3 = (11 - 6x)(4x + 5)$$

$$(8x - 7)^2 - 3 = (11 - 6x)(4x + 5)$$

$$(8x)^2 - 2 \cdot 8x \cdot 7 + (7)^2 - 3 = 11 \cdot 4x + 11 \cdot 5 - 6x \cdot 4x - 6x \cdot 5$$

$$64x^2 - 112x + 49 - 3 = 44x + 55 - 24x^2 - 30x$$

$$64x^2 - 112x + 46 = 14x + 55 - 24x^2 \quad | + 24x^2$$

$$88x^2 - 112x + 46 = 14x + 55 \quad | - 14x$$

$$88x^2 - 126x + 46 = 55 \quad | - 55$$

$$88x^2 - 126x - 9 = 0 \quad | : 88$$

$$x^2 - \frac{126}{88}x - \frac{9}{88} = 0$$

$$x^2 - \frac{63}{44}x - \frac{9}{88} = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{\frac{63}{44}}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\frac{63}{44}}{2}\right)^2 + \frac{9}{88}}$$

$$x_{1,2} = \frac{63}{88} \pm \sqrt{\left(\frac{63}{88}\right)^2 + \frac{9}{88}}$$

$$x_{1,2} = \frac{63}{88} \pm \sqrt{\left(\frac{63}{88}\right)^2 + \frac{9}{88}}$$

$$x_{1,2} = \frac{63}{88} \pm \sqrt{\frac{3969}{7744} + \frac{9}{88}}$$

$$x_{1,2} = \frac{63}{88} \pm \sqrt{\frac{4761}{7744}}$$

$$x_{1,2} = \frac{63}{88} \pm \frac{69}{88}$$

$$x_1 = \frac{63}{88} - \frac{69}{88} = -\frac{6}{88} = -\frac{3}{44}$$

$$x_2 = \frac{63}{88} + \frac{69}{88} = \frac{132}{88} = \frac{3}{2}$$

$$L = \left\{ -\frac{3}{44}; \frac{3}{2} \right\}$$

$$e) \quad (x-3)^2 + (x-4)^2 = (8-2x)^2 - 0,5x$$

$$(x-3)^2 + (x-4)^2 = (8-2x)^2 - 0,5x$$

$$(x)^2 - 2 \cdot x \cdot 3 + (3)^2 + (x)^2 - 2 \cdot x \cdot 4 + (4)^2 = (8)^2 - 2 \cdot 8 \cdot 2x + (2x)^2 - 0,5x$$

$$x^2 - 6x + 9 + x^2 - 8x + 16 = 64 - 32x + 4x^2 - 0,5x$$

$$2x^2 - 14x + 25 = 64 - 32,5x + 4x^2 \quad | - 2x^2$$

$$-14x + 25 = 64 - 32,5x + 2x^2 \quad | + 14x$$

$$25 = 64 - 18,5x + 2x^2 \quad | - 25$$

$$0 = 2x^2 - 18,5x + 39 \quad | : 2$$

$$x^2 - 9,25x + 19,5 = 0$$

$$x_{1,2} = -\frac{9,25}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{9,25}{2}\right)^2 - 19,5}$$

$$x_{1,2} = 4,625 \pm \sqrt{(4,625)^2 - 19,5}$$

$$x_{1,2} = 4,625 \pm \sqrt{(4,625)^2 - 19,5}$$

$$x_{1,2} = 4,625 \pm \sqrt{21,390625 - 19,5}$$

$$x_{1,2} = 4,625 \pm \sqrt{1,890625}$$

$$x_{1,2} = 4,625 \pm 1,375$$

$$x_1 = 4,625 - 1,375 = 3,25$$

$$x_2 = 4,625 + 1,375 = 6$$

$$L = \{3,25; 6\}$$

$$f) \quad (2x+7)(3x-2) = 7(5x-2)$$

$$(2x+7)(3x-2) = 7(5x-2)$$

$$2x \cdot 3x + 2x \cdot (-2) + 7 \cdot 3x + 7 \cdot (-2) = 7 \cdot 5x + 7 \cdot (-2)$$

$$6x^2 - 4x + 21x - 14 = 35x - 14$$

$$6x^2 + 17x - 14 = 35x - 14 \quad | -35x$$

$$6x^2 - 18x - 14 = -14 \quad | +14$$

$$6x^2 - 18x = 0 \quad | :6$$

$$x^2 - 3x = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{3}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2}$$

$$x_{1,2} = 1,5 \pm \sqrt{(1,5)^2}$$

$$x_{1,2} = 1,5 \pm \sqrt{2,25}$$

$$x_{1,2} = 1,5 \pm 1,5$$

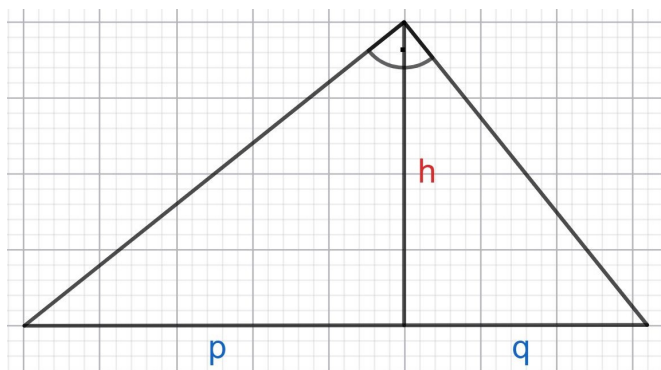
$$x_1 = 1,5 - 1,5 = 0$$

$$x_2 = 1,5 + 1,5 = 3$$

$$L = \{0; 3\}$$

3. Ein rechtwinkliges Dreieck hat eine Hypotenuse mit der Länge 29 cm. Die Höhe auf die Hypotenuse beträgt 10 cm. Bestimme mithilfe einer quadratischen Gleichung die Längen der beiden Hypotenusenabschnitte. Ziehe zur Lösung der quadratischen Gleichung die p-q-Formel heran.

Skizze:



Höhensatz:

$$h^2 = p \cdot q$$

$$(10)^2 = p \cdot q$$

$$100 = p \cdot q \quad (1)$$

Hypotenuse:

$$p + q = 29 \quad (2)$$

Auflösen der Gleichung nach q:

$$p + q = 29 \quad | -p$$

$$q = 29 - p \quad (3)$$

(3) in (1)

$$100 = p \cdot (29 - p)$$

$$100 = p \cdot 29 + p \cdot (-p)$$

$$100 = 29p - p^2 \quad | -100$$

$$p^2 + 29p - 100 = 0$$

$$p_{1,2} = -\frac{29}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{29}{2}\right)^2 - 100}$$

$$p_{1,2} = -14,5 \pm \sqrt{(14,5)^2 - 100}$$

$$p_{1,2} = -14,5 \pm \sqrt{210,25 - 100}$$

$$p_{1,2} = -14,5 \pm \sqrt{110,25}$$

$$p_{1,2} = 14,5 \pm 10,5$$

$$p_1 = 14,5 - 10,5 = 4$$

$$p_2 = 14,5 + 10,5 = 25$$

$$q_1 = 29 - 4 = 25$$

$$q_2 = 29 - 25 = 4$$

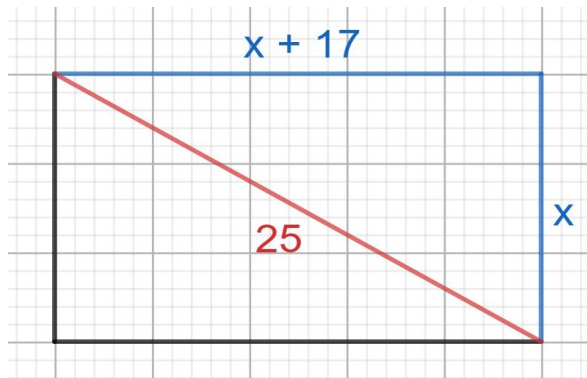
Die beiden Hypotenusenabschnitte sind 4 cm und 25 cm lang.

4. Es liegt ein Rechteck vor, dessen Diagonale eine Länge von 25 cm hat und bei dem die eine Rechteckseite 17 cm länger als die andere ist. Berechne den Umfang des Rechtecks.

x = kleine Seite des Rechtecks

$x + 17$ = größere Seite des Rechtecks

Skizze:



Satz des Pythagoras:

$$(x)^2 + (x + 17)^2 = (25)^2$$

$$x^2 + (x)^2 + 2 \cdot x \cdot 17 + (17)^2 = 625$$

$$x^2 + x^2 + 34x + 289 = 625$$

$$2x^2 + 34x + 289 = 625 \quad | - 625$$

$$2x^2 + 34x - 336 = 0 \quad | : 2$$

$$x^2 + 17x - 168 = 0$$

$$x_{1,2} = -\frac{17}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{17}{2}\right)^2 + 168}$$

$$x_{1,2} = -8,5 \pm \sqrt{(8,5)^2 + 168}$$

$$x_{1,2} = -8,5 \pm \sqrt{72,25 + 168}$$

$$x_{1,2} = -8,5 \pm \sqrt{240,25}$$

$$x_{1,2} = -8,5 \pm 15,5$$

$$x_1 = -8,5 - 15,5 = -24$$

$$x_2 = -8,5 + 15,5 = 7$$

Die kleine Seite des Rechtecks beträgt 7 cm (die negative Lösung fällt weg).

$$\text{Gro\ss e Seite des Dreiecks} = x + 17$$

$$\text{Gro\ss e Seite des Dreiecks} = 7 + 17 = 24$$

Die gr\"o\ss ere Seite des Rechtecks betr\"agt 24 cm.

$$U_R = 2 \cdot 7 \text{ cm} + 2 \cdot 24 \text{ cm}$$

$$U_R = 14 \text{ cm} + 48 \text{ cm}$$

$$U_R = 62 \text{ cm}$$

Der Umfang des Rechtecks betr\"agt 62 cm.

5. \u00dcberpr\u00fcfe, ob die Gerade mit der Gleichung $y = 8x - 17$ gemeinsame Punkte mit der Normalparabel aufweist. Falls das zutrifft, bestimme diese Punkte.

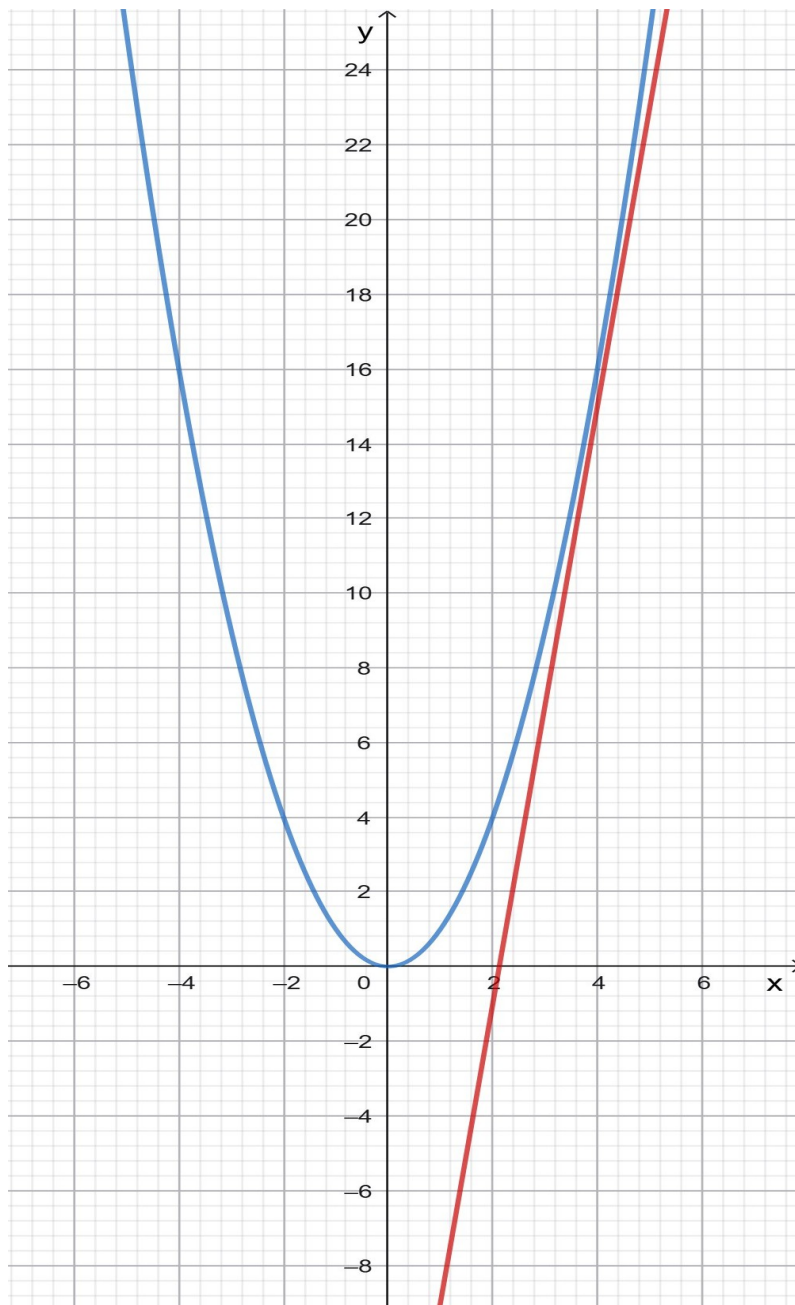
Funktionsgleichung der Normalparabel:

$$y = x^2$$

Gemeinsame Schnittpunkte: Gleichsetzen beider Gleichungen

$$8x - 17 = x^2 \quad | -8x$$

$$-17 = x^2 - 8x \quad | + 17$$



$$x^2 - 8x + 17 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{8}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{8}{2}\right)^2 - 17}$$

$$x_{1,2} = 4 \pm \sqrt{(4)^2 - 17}$$

$$x_{1,2} = 4 \pm \sqrt{16 - 17}$$

$$x_{1,2} = 4 \pm \sqrt{-1}$$

$x_{1,2} \pm$ nicht definiert in $\mathbb{R}$

$$L = \emptyset$$

Es gibt keine Schnittpunkte zwischen den beiden Funktionen.

6. Bestimme die Lösungsmenge mittels der p-q-Formel.

$$\text{a) } (56 + 10x)^2 + (10x + 33)^2 = (14x + 65)^2$$

$$(56 + 10x)^2 + (10x + 33)^2 = (14x + 65)^2$$

$$(56)^2 + 2 \cdot 56 \cdot 10x + (10x)^2 + (10x)^2 + 2 \cdot 10x \cdot 33 + (33)^2 = (14)^2 + 2 \cdot 14x \cdot 65 + (65)^2$$

$$3136 + 1120x + 100x^2 + 100x^2 + 660x + 1089 = 196 + 1820x + 4225$$

$$200x^2 + 1780x + 4225 = 196x^2 + 1820x + 4225 \quad | -196x^2$$

$$4x^2 + 1780x + 4225 = 1820x + 4225 \quad | -1820x$$

$$4x^2 - 40x + 4225 = 4225 \quad | -4225$$

$$4x^2 - 40x = 0 \quad | :4$$

$$x^2 - 10x = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{10}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{10}{2}\right)^2}$$

$$x_{1,2} = 5 \pm \sqrt{(5)^2}$$

$$x_{1,2} = 5 \pm \sqrt{25}$$

$$x_{1,2} = 5 \pm 5$$

$$x_1 = 5 - 5 = 0$$

$$x_2 = 5 + 5 = 10$$

$$L = \{0; 10\}$$

$$\text{b) } (a - 2)(a + 1)(a + 3) - a^2(a + 1) + 6 = 0$$

$$(a-2)(a+1)(a+3) - a^2(a+1) + 6 = 0$$

$$(a \cdot a + a \cdot 1 - 2 \cdot a - 2 \cdot 1)(a+3) - a^2 \cdot a - a^2 \cdot 1 + 6 = 0$$

$$(a^2 + a - 2a - 2)(a+3) - a^3 - a^2 + 6 = 0$$

$$(a^2 - a - 2)(a+3) - a^3 - a^2 + 6 = 0$$

$$a^2 \cdot a + a^2 \cdot 3 - a \cdot a - a \cdot 3 - 2 \cdot a - 2 \cdot 3 - a^3 - a^2 + 6 = 0$$

$$a^3 + 3a^2 - a^2 - 3a - 2a - 6 - a^3 - a^2 + 6 = 0$$

$$a^2 - 5a = 0$$

$$a_{1,2} = \frac{5}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{5}{2}\right)^2}$$

$$a_{1,2} = 2,5 \pm \sqrt{(2,5)^2}$$

$$a_{1,2} = 2,5 \pm \sqrt{6,25}$$

$$a_{1,2} = 2,5 \pm 2,5$$

$$a_1 = 2,5 - 2,5 = 0$$

$$a_2 = 2,5 + 2,5 = 5$$

$$L = \{0; 5\}$$

$$c) \quad 2(17-3y) = (2y-5)^2 + (4y+3)^2$$

$$2(17-3y) = (2y-5)^2 + (4y+3)^2$$

$$2 \cdot 17 + 2 \cdot (-3y) = (2y)^2 - 2 \cdot 2y \cdot 5 + (5)^2 + (4y)^2 + 2 \cdot 4y \cdot 3 + (3)^2$$

$$34 - 6y = 4y^2 - 20y + 25 + 16y^2 + 24y + 9$$

$$34 - 6y = 20y^2 + 4y + 34 \quad | -6y$$

$$34 = 20y^2 + 10y + 34 \quad | -34$$

$$20y^2 + 10y = 0 \quad | : 20$$

$$y^2 + 0,5y = 0$$

$$y_{1,2} = -\frac{0,5}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{0,5}{2}\right)^2}$$

$$y_{1,2} = -0,25 \pm \sqrt{(0,25)^2}$$

$$y_{1,2} = -0,25 \pm \sqrt{0,0625}$$

$$y_{1,2} = -0,25 \pm 0,25$$

$$y_1 = -0,25 - 0,25 = -0,5$$

$$y_2 = -0,25 + 0,25 = 0$$

$$L = \{-0,5; 0\}$$

$$d) \quad (3x + 4)(8 - 5x) = -x(4 + 11x)$$

$$(3x + 4)(8 - 5x) = -x(4 + 11x)$$

$$3x \cdot 8 + 3x \cdot (-5x) + 4 \cdot 8 + 4 \cdot (-5x) = -x \cdot 4 - x \cdot 11x$$

$$24x - 15x^2 + 32 - 20x = -4x - 11x^2$$

$$4x - 15x^2 + 32 = -4x - 11x^2 \quad | + 15x^2$$

$$4x + 32 = -4x + 4x^2 \quad | - 4x$$

$$32 = 4x^2 - 8x \quad | - 32$$

$$4x^2 - 8x - 32 = 0 \quad | : 4$$

$$x^2 - 2x - 8 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{2}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{2}{2}\right)^2 + 8}$$

$$x_{1,2} = 1 \pm \sqrt{(1)^2 + 8}$$

$$x_{1,2} = 1 \pm \sqrt{1 + 8}$$

$$x_{1,2} = 1 \pm \sqrt{9}$$

$$x_{1,2} = 1 \pm 3$$

$$x_1 = 1 - 3 = -2$$

$$x_2 = 1 + 3 = 4$$

$$L = \{-2; 4\}$$

$$e) \quad 4(5 - 10x)(5x - 4) = (10x - 6)(5x + 8)$$

$$4(5 - 10x)(5x - 4) = (10x - 6)(5x + 8)$$

$$4(5 \cdot 5x + 5 \cdot (-4) - 10x \cdot 5x - 10x \cdot (-4)) = 10x \cdot 5x + 10x \cdot 8 - 6 \cdot 5x - 6 \cdot 8$$

$$4(25x - 20 - 50x^2 + 40x) = 50x^2 + 80x - 30x - 48$$

$$4(65x - 20 - 50x^2) = 50x^2 + 50x - 48$$

$$4 \cdot 65x + 4 \cdot (-20) + 4 \cdot (-50x^2) = 50x^2 + 50x - 48$$

$$260x - 80 - 200x^2 = 50x^2 + 50x - 48 \quad | -50x^2$$

$$-250x^2 + 260x - 80 = 50x - 48 \quad | -50$$

$$-250x^2 + 210x - 80 = -48 \quad | +48$$

$$-250x^2 + 210x - 32 = 0 \quad | :(-250)$$

$$x^2 - 0,84x + 0,128 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{0,84}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{0,84}{2}\right)^2 - 0,128}$$

$$x_{1,2} = 0,42 \pm \sqrt{(0,42)^2 - 0,128}$$

$$x_{1,2} = 0,42 \pm \sqrt{0,1764 - 0,128}$$

$$x_{1,2} = 0,42 \pm \sqrt{0,0484}$$

$$x_{1,2} = 0,42 \pm 0,22$$

$$x_1 = 0,42 - 0,22 = 0,2$$

$$x_2 = 0,42 + 0,22 = 0,64$$

$$L = \{0,2; 0,64\}$$

$$f) \quad 100x^2 + (5x + 3)^2 - 7 = (4 - 15x)^2$$

$$100x^2 + (5x + 3)^2 - 7 = (4 - 15x)^2$$

$$100x^2 + (5x)^2 + 2 \cdot 5x \cdot 3 + (3)^2 - 7 = (4)^2 - 2 \cdot 4 \cdot 15x + (15x)^2$$

$$100x^2 + 25x^2 + 30x + 9 - 7 = 16 - 120x + 225x^2$$

$$125x^2 + 30x + 2 = 16 - 120x + 225x^2 \quad | -125x^2$$

$$30x + 2 = 100x^2 + 16 - 120x \quad | -30x$$

$$2 = 100x^2 - 150x + 16 \quad | -2$$

$$100x^2 - 150x + 14 = 0 \quad | : 100$$

$$x^2 - 1,5x + 0,14 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{1,5}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{1,5}{2}\right)^2 - 0,14}$$

$$x_{1,2} = 0,75 \pm \sqrt{(0,75)^2 - 0,14}$$

$$x_{1,2} = 0,75 \pm \sqrt{0,5625 - 0,14}$$

$$x_{1,2} = 0,75 \pm \sqrt{0,4225}$$

$$x_{1,2} = 0,75 \pm 0,65$$

$$x_1 = 0,75 - 0,65 = 0,1$$

$$x_2 = 0,75 + 0,65 = 1,4$$

$$L = \{0,1; 1,4\}$$

$$g) \quad 5x(3x - 1) = (2x - 3)^2 + (2x + 3)^2$$

$$5x(3x - 1) = (2x - 3)^2 + (2x + 3)^2$$

$$5x \cdot 3x + 5x \cdot (-1) = (2x)^2 - 2 \cdot 2x \cdot 3 + (3)^2 + (2x)^2 + 2 \cdot 2x \cdot 3 + (3)^2$$

$$15x^2 - 5x = 4x^2 - 12x + 9 + 4x^2 + 12x + 9$$

$$15x^2 - 5x = 8x^2 + 18 \quad | - 8x^2$$

$$7x^2 - 5x = 18 \quad | - 18$$

$$7x^2 - 5x - 18 = 0 \quad | : 7$$

$$x^2 - \frac{5}{7}x - \frac{18}{7} = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{\frac{5}{7}}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\frac{5}{7}}{2}\right)^2 + \frac{18}{7}}$$

$$x_{1,2} = \frac{5}{14} \pm \sqrt{\left(\frac{5}{14}\right)^2 + \frac{18}{7}}$$

$$x_{1,2} = \frac{5}{14} \pm \sqrt{\frac{25}{196} + \frac{18}{7}}$$

$$x_{1,2} = \frac{5}{14} \pm \sqrt{\frac{529}{196}}$$

$$x_{1,2} = \frac{5}{14} \pm \frac{23}{14}$$

$$x_1 = \frac{5}{14} - \frac{23}{14} = -\frac{18}{14} = -\frac{9}{7}$$

$$x_2 = \frac{5}{14} + \frac{23}{14} = \frac{28}{14} = 2$$

$$L = \left\{ -\frac{9}{7}; 2 \right\}$$

$$\text{h) } (x-3)(3x-8) = (x-4)(2x+3)$$

$$(x-3)(3x-8) = (x-4)(2x+3)$$

$$x \cdot 3x + x \cdot (-8) - 3 \cdot 3x - 3 \cdot (-8) = x \cdot 2x + x \cdot 3 - 4 \cdot 2x - 4 \cdot 3$$

$$3x^2 - 8x - 9x + 24 = 2x^2 + 3x - 8x - 12$$

$$3x^2 - 17x + 24 = 2x^2 - 5x - 12 \quad | -2x^2$$

$$x^2 - 17x + 24 = -5x - 12 \quad | +5x$$

$$x^2 - 12x + 24 = -12 \quad | +12$$

$$x^2 - 12x + 36 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{12}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{12}{2}\right)^2 - 36}$$

$$x_{1,2} = 6 \pm \sqrt{(6)^2 - 36}$$

$$x_{1,2} = 6 \pm \sqrt{36 - 36}$$

$$x_{1,2} = 6 \pm \sqrt{0}$$

$$x_{1,2} = 6 \pm 0$$

$$x_{1,2} = 6 \pm 0 = 6$$

$$L = \{6\}$$