

Aufgaben Flächeninhalt und Umfang von Vielecken

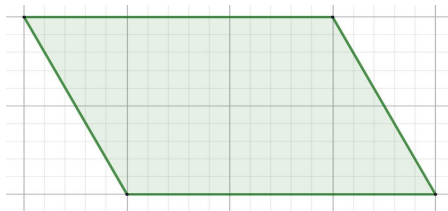
1. Flächeninhalt und Umfang von Rechtecken

a) Berechne die fehlenden Größen des Rechtecks.

	1)	2)	3)	4)	5)
Seitenlänge a	32 cm	50 dm		7,4 m	0,4 km
Seitenlänge b	44 cm		70 mm		
Flächeninhalt A_R		950 dm ²	4550 mm ²		
Umfang U_R				28,8 m	4,4 km

b) Gegeben ist eine Seitenlänge a und der Flächeninhalt A_R [Umfang U_R]. Wie kann man hieraus die andere Seitenlänge b des Rechtecks berechnen? Gib eine Formel an.

2. Zerlege das Parallelogramm und setze die Teile so zusammen, dass ein flächeninhaltsgleiches Rechteck entsteht. Wähle die längere oder kürzere Seite als Grundseite.



3. Von einem Dreieck ABC sind folgende Größen bekannt: $b = 6$ cm, $c = 8$ cm und $h_c = 3$ cm. Welchen Abstand besitzt der Eckpunkt B von der Seite b des Dreiecks?

4. Flächenberechnung von Vielecken durch Zerlegung

a) Zeichne ein beliebiges Fünfeck und bestimme seinen Flächeninhalt, indem du es in mehrere Teildreiecke zerlegst. Wie viele Teildreiecke werden benötigt?

b) Den Flächeninhalt eines Vielecks lässt sich bestimmen, indem man es in mehrere Teildreiecke zerlegt. Wie viele Teildreiecke benötigt man mindestens, um ein n-Eck vollständig zu zerlegen?

Lösungen

1. Flächeninhalt und Umfang von Rechtecken

a) Berechne die fehlenden Größen des Rechtecks.

	1)	2)	3)	4)	5)
Seitenlänge a	32 cm	50 dm	65 mm	7,4 m	0,4 km
Seitenlänge b	44 cm	19 dm	70 mm	7 m	1,8 km
Flächeninhalt A_R	1408 cm²	950 dm ²	4550 mm ²	51,8 m²	0,72 km²
Umfang U_R	152 cm	138 dm	270 mm	28,8 m	4,4 km

1)

$$A_R = a \cdot b$$

$$A_R = 32 \text{ cm} \cdot 44 \text{ cm} = 1408 \text{ cm}^2$$

$$U_R = 2 \cdot a + 2 \cdot b$$

$$U_R = 2 \cdot 32 \text{ cm} + 2 \cdot 44 \text{ cm} = 64 \text{ cm} + 88 \text{ cm} = 152 \text{ cm}$$

2)

$$A_R = a \cdot b \quad | : a$$

$$b = \frac{A_R}{a}$$

$$b = \frac{950 \text{ dm}^2}{50 \text{ dm}} = 19 \text{ dm}$$

$$U_R = 2 \cdot a + 2 \cdot b$$

$$U_R = 2 \cdot 50 \text{ dm} + 2 \cdot 19 \text{ dm} = 100 \text{ dm} + 38 \text{ dm} = 138 \text{ dm}$$

3)

$$A_R = a \cdot b \quad | : b$$

$$a = \frac{A_R}{b}$$

$$a = \frac{4550 \text{ mm}^2}{70 \text{ mm}} = 65 \text{ mm}$$

$$U_R = 2 \cdot a + 2 \cdot b$$

$$U_R = 2 \cdot 65 \text{ mm} + 2 \cdot 70 \text{ mm} = 130 \text{ mm} + 140 \text{ mm} = 270 \text{ mm}$$

4)

$$U_R = 2 \cdot a + 2 \cdot b \quad | : 2$$

$$\frac{U_R}{2} = a + b \quad | - a$$

$$b = \frac{U_R}{2} - a$$

$$b = \frac{28,8 \text{ m}}{2} - 7,4 \text{ m} = 14,4 \text{ m} - 7,4 \text{ m} = 7 \text{ m}$$

$$A_R = a \cdot b$$

$$A_R = 7,4 \text{ m} \cdot 7 \text{ m} = 51,8 \text{ m}^2$$

5)

$$U_R = 2 \cdot a + 2 \cdot b \quad | : 2$$

$$\frac{U_R}{2} = a + b \quad | - a$$

$$b = \frac{U_R}{2} - a$$

$$b = \frac{4,4 \text{ km}}{2} - 0,4 \text{ km} = 2,2 \text{ km} - 0,4 \text{ km} = 1,8 \text{ km}$$

$$A_R = a \cdot b$$

$$A_R = 0,4 \text{ km} \cdot 1,8 \text{ km} = 0,72 \text{ km}^2$$

b) Gegeben ist eine Seitenlänge a und der Flächeninhalt A_R [Umfang U_R]. Wie kann man hieraus die andere Seitenlänge b des Rechtecks berechnen? Gib eine Formel an.

$$A_R = a \cdot b \quad | : a$$

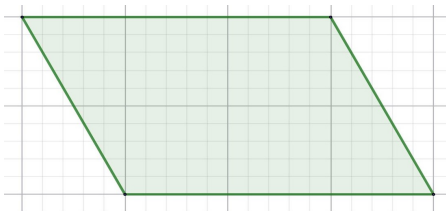
$$b = \frac{A_R}{a}$$

$$U_R = 2 \cdot a + 2 \cdot b \quad | : 2$$

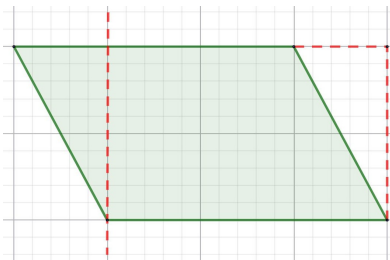
$$\frac{U_R}{2} = a + b \quad | - a$$

$$b = \frac{U_R}{2} - a$$

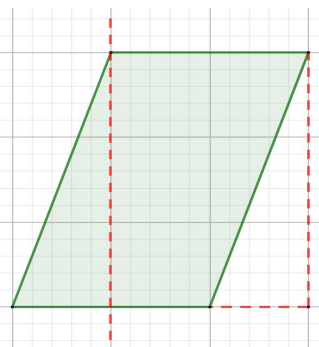
2. Zerlege das Parallelogramm und setze die Teile so zusammen, dass ein flächeninhaltsgleiches Rechteck entsteht. Wähle die längere oder kürzere Seite als Grundseite.



Lange Seite als Grundseite



Kürze Seite als Grundseite



3. Von einem Dreieck ABC sind folgende Größen bekannt: $b = 6 \text{ cm}$, $c = 8 \text{ cm}$ und $h_c = 3 \text{ cm}$. Welchen Abstand besitzt der Eckpunkt B von der Seite b des Dreiecks?

Gesucht: h_b

$$A_D = \frac{g \cdot h}{2}$$

$$A_D = \frac{c \cdot h_c}{2}$$

$$A_D = \frac{b \cdot h_b}{2}$$

$$\frac{c \cdot h_c}{2} = \frac{b \cdot h_b}{2} \quad | \cdot 2$$

$$c \cdot h_c = b \cdot h_b \quad | : b$$

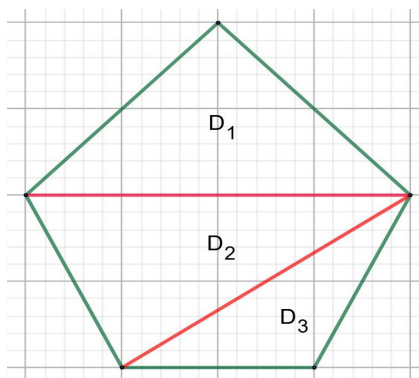
$$h_b = \frac{c \cdot h_c}{b}$$

$$h_b = \frac{8 \text{ cm} \cdot 3 \text{ cm}}{6 \text{ cm}} = \frac{24 \text{ cm}}{6 \text{ cm}} = 4 \text{ cm}$$

Der Eckpunkt B besitzt einen Abstand von 4 cm zur Seite b.

4. Flächenberechnung von Vielecken durch Zerlegung

a) Zeichne ein beliebiges Fünfeck und bestimme seinen Flächeninhalt, indem du es in mehrere Teildreiecke zerlegst. Wie viele Teildreiecke werden benötigt?



Wie man sieht, kann man das Fünfeck in drei Dreiecke zerlegen.

Folgender Flächeninhalt ergibt sich aus dem obigen Fünfeck:

$$A_F = D_1 + D_2 + D_3$$

$$D_1 = \frac{g_1 \cdot h}{2}$$

$$D_2 = \frac{g_2 \cdot h}{2}$$

$$D_3 = \frac{g_3 \cdot h}{2}$$

$$h = 2 \text{ LE}$$

$$g_1 = g_2 = 4 \text{ LE}$$

$$g_3 = 2 \text{ LE}$$

$$A_F = D_1 + D_2 + D_3$$

$$A_F = \frac{g_1 \cdot h}{2} + \frac{g_2 \cdot h}{2} + \frac{g_3 \cdot h}{2}$$

$$A_F = \frac{4 \text{ LE} \cdot 2 \text{ LE}}{2} + \frac{4 \text{ LE} \cdot 2 \text{ LE}}{2} + \frac{2 \text{ LE} \cdot 2 \text{ LE}}{2} = \frac{8 \text{ FE}}{2} + \frac{8 \text{ FE}}{2} + \frac{4 \text{ FE}}{2} = 4 \text{ FE} + 4 \text{ FE} + 2 \text{ FE} = 10 \text{ FE}$$

Der Flächeninhalt des Fünfecks beträgt 10 Flächeneinheiten.

b) Den Flächeninhalt eines Vielecks lässt sich bestimmen, indem man es in mehrere Teildreiecke zerlegt. Wie viele Teildreiecke benötigt man mindestens, um ein n-Eck vollständig zu zerlegen?

Allgemein gilt für ein beliebiges Vieleck, das man in Dreiecke zerlegt, folgende Gleichung:

$$\text{Anzahl der Dreiecke} = n - 2$$

$$n = \text{Anzahl der Ecken}$$

Man benötigt bei einem Fünfeck genau 3 Dreiecke.