

Aufgaben quadratische Gleichungen, reinquadratische Gleichungen

1. Ermittle die Lösung der Gleichung. Es gilt: $G = \mathbb{R}$.

a) $3x^2 - 75 = 0$

b) $4x^2 - 256 = 0$

c) $\frac{3}{2}x^2 - \frac{9}{4} = 0$

d) $\frac{5}{3}x^2 - \frac{10}{7} = 0$

e) $1,5x^2 - 2,25 = 0$

f) $0,6x^2 - 0,9 = 0$

2. Bestimme die Lösung der Gleichung. Es gilt: $G = \mathbb{R}$.

a) $8 - (x-2)^2 = 2(x-4) + 4 + 2x$

b) $10 - (x+3)^2 = -3(x+1) - 3x - 6$

c) $\frac{9}{4} - \left(\frac{x}{2}\right)^2 = \frac{3}{4}$

d) $\frac{1}{2} - \left(\frac{3x}{4}\right)^2 = -\frac{1}{8}$

e) $8,4 - (0,7x)^2 = 3,6$

f) $12,5 - (1,2x)^2 = 4,5$

3. Bestimme eine reinquadratische Gleichung zu den gegebenen Lösungsmengen. Es gilt: $G = \mathbb{R}$.

a) $L = \{-8; 8\}$

b) $L = \{-17; 17\}$

c) $L = \left\{-\frac{3}{2}; \frac{3}{2}\right\}$

d) $L = \{-2,3; 2,3\}$

e) $L = \{\sqrt{3}; \sqrt{3}\}$

4. Ein quadratischer Garten hat die Seitenlänge s . Ein quadratisches Beet in der Mitte des Gartens soll genau 9 m^2 kleiner als die Fläche des Gartens sein. Die Seiten des Beets verlaufen parallel zu den Gartenseiten. Bestimme die Seitenlänge des Gartens, wenn der Abstand zwischen Beet und Gartenkante auf jeder Seite 1 m beträgt.

Lösungen

1. Ermittle die Lösung der Gleichung. Es gilt: $G = \mathbb{R}$.

a) $3x^2 - 75 = 0$

$$3x^2 - 75 = 0 \quad | + 75$$

$$3x^2 = 75 \quad | : 3$$

$$x^2 = 25 \quad | \sqrt{}$$

$$x = \pm 5$$

b) $4x^2 - 256 = 0$

$$4x^2 - 256 = 0 \quad | + 256$$

$$4x^2 = 256 \quad | : 4$$

$$x^2 = 64 \quad | \sqrt{}$$

$$x = \pm 8$$

c) $\frac{3}{2}x^2 - \frac{9}{4} = 0$

$$\frac{3}{2}x^2 - \frac{9}{4} = 0 \quad | + \frac{9}{4}$$

$$\frac{3}{2}x^2 = \frac{9}{4} \quad | : \frac{3}{2}$$

$$x^2 = \frac{3}{2} \quad | \sqrt{}$$

$$x = \pm \sqrt{\frac{3}{2}}$$

d) $\frac{5}{3}x^2 - \frac{10}{7} = 0$

$$\frac{5}{3}x^2 - \frac{10}{7} = 0 \quad | + \frac{10}{7}$$

$$\frac{5}{3}x^2 = \frac{10}{7} \quad | : \frac{5}{3}$$

$$x^2 = \frac{6}{7} \quad | \quad \sqrt{}$$

$$x = \pm \sqrt{\frac{6}{7}}$$

$$e) \quad 1,5x^2 - 2,25 = 0$$

$$1,5x^2 - 2,25 = 0 \quad | \quad + 2,25$$

$$1,5x^2 = 2,25 \quad | \quad : 1,5$$

$$x^2 = 1,5 \quad | \quad \sqrt{}$$

$$x = \pm \sqrt{1,5}$$

$$f) \quad 0,6x^2 - 0,9 = 0$$

$$0,6x^2 - 0,9 = 0 \quad | \quad + 0,9$$

$$0,6x^2 = 0,9 \quad | \quad : 0,6$$

$$x^2 = 1,5 \quad | \quad \sqrt{}$$

$$x = \pm \sqrt{1,5}$$

2. Bestimme die Lösung der Gleichung. Es gilt: $G = \mathbb{R}$.

$$a) \quad 8 - (x-2)^2 = 2(x-4) + 4 + 2x$$

$$8 - (x-2)^2 = 2(x-4) + 4 + 2x$$

$$8 - (x^2 - 4x + 4) = 2x - 8 + 4 + 2x$$

$$8 - x^2 + 4x - 4 = 4x - 4$$

$$4 - x^2 + 4x = 4x - 4 \quad | \quad - 4x$$

$$4 - x^2 = -4 \quad | \quad - 4$$

$$-x^2 = -8 \quad | \quad \cdot (-1)$$

$$x^2 = 8 \quad | \quad \sqrt{}$$

$$x = \pm \sqrt{8}$$

$$b) \quad 10 - (x+3)^2 = -3(x+1) - 3x - 6$$

$$10 - (x+3)^2 = -3(x+1) - 3x - 6$$

$$10 - (x^2 + 6x + 9) = -3x - 3 - 3x - 6$$

$$10 - x^2 - 6x - 9 = -6x - 9$$

$$1 - x^2 - 6x = -6x - 9 \quad | + 6x$$

$$1 - x^2 = -9 \quad | - 1$$

$$-x^2 = -10 \quad | \cdot (-1)$$

$$x^2 = 10 \quad | \sqrt{}$$

$$x = \pm \sqrt{10}$$

$$c) \frac{9}{4} - \left(\frac{x}{2}\right)^2 = \frac{3}{4}$$

$$\frac{9}{4} - \left(\frac{x}{2}\right)^2 = \frac{3}{4}$$

$$\frac{9}{4} - \frac{x^2}{4} = \frac{3}{4} \quad | \cdot 4$$

$$9 - x^2 = 3 \quad | - 9$$

$$-x^2 = -6 \quad | \cdot (-1)$$

$$x^2 = 6 \quad | \sqrt{}$$

$$x = \pm \sqrt{6}$$

$$d) \frac{1}{2} - \left(\frac{3x}{4}\right)^2 = -\frac{1}{8}$$

$$\frac{1}{2} - \left(\frac{3x}{4}\right)^2 = -\frac{1}{8}$$

$$\frac{1}{2} - \frac{9x^2}{16} = -\frac{1}{8} \quad | \cdot 16$$

$$8 - 9x^2 = -2 \quad | - 8$$

$$-9x^2 = -10 \quad | : (-9)$$

$$x^2 = \frac{10}{9} \quad | \sqrt{}$$

$$x = \pm \sqrt{\frac{10}{9}} = \frac{\sqrt{10}}{3}$$

$$e) 8,4 - (0,7x)^2 = 3,6$$

$$8,4 - (0,7x)^2 = 3,6$$

$$8,4 - 0,49x^2 = 3,6 \quad | - 8,4$$

$$-0,49x^2 = -4,8 \quad | : (-0,49)$$

$$x^2 = \frac{480}{49} \quad | \sqrt{}$$

$$x = \pm \sqrt{\frac{480}{49}} = \frac{\sqrt{480}}{7}$$

$$f) \quad 12,5 - (1,2x)^2 = 4,5$$

$$12,5 - (1,2x)^2 = 4,5$$

$$12,5 - 1,44x^2 = 4,5 \quad | - 12,5$$

$$-1,44x^2 = -8 \quad | : (-1,44)$$

$$x^2 = \frac{50}{9} \quad | \sqrt{}$$

$$x = \pm \sqrt{\frac{50}{9}} = \frac{\sqrt{50}}{3}$$

3. Bestimme eine reinquadratische Gleichung zu den gegebenen Lösungsmengen. Es gilt: $G = \mathbb{R}$.

$$a) \quad L = \{-8; 8\}$$

$$x^2 - 64 = 0$$

$$b) \quad L = \{-17; 17\}$$

$$x^2 - 289 = 0$$

$$c) \quad L = \left\{-\frac{3}{2}; \frac{3}{2}\right\}$$

$$x^2 - \frac{9}{4} = 0$$

$$d) \quad L = \{-2,3; 2,3\}$$

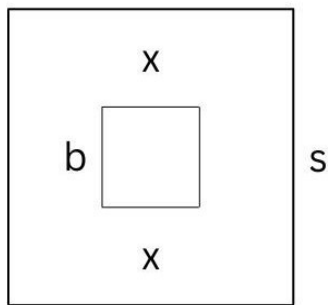
$$x^2 - 5,29 = 0$$

$$e) L = \{\sqrt{3}; \sqrt{3}\}$$

$$x^2 - 3 = 0$$

4. Ein quadratischer Garten hat die Seitenlänge s . Ein quadratisches Beet in der Mitte des Gartens soll genau 9 m^2 kleiner als die Fläche des Gartens sein. Die Seiten des Beets verlaufen parallel zu den Gartenseiten. Bestimme die Seitenlänge des Gartens, wenn der Abstand zwischen Beet und Gartenkante auf jeder Seite 1 m beträgt.

Skizze:



$$A_G - A_B = 9$$

$$s \cdot s - b \cdot b = 9$$

$$s^2 - b^2 = 9 \quad (1)$$

$$b = s - 2x$$

$$x = 1$$

$$b = s - 2 \quad (2)$$

(2) in (1)

$$s^2 - (s - 2)^2 = 9$$

$$s^2 - (s^2 - 4s + 4) = 9$$

$$s^2 - s^2 + 4s - 4 = 9$$

$$4s - 4 = 9 \quad | + 4$$

$$4s = 13 \quad | : 4$$

$$s = 3,25$$

Die Seitenlänge des quadratischen Gartens beträgt $3,25 \text{ m}$.