

Aufgaben zu Gleichungen mit Parametern

1. Gib die Lösungsmenge der Gleichung an. Hierbei ist x die Lösungsvariable.

a) $sx - r = 0$

b) $m - n = 8(x + n)$

c) $5y - x = 4x - y$

d) $sx = t + 4$ für $(x \neq 0)$

2. Bestimme die Lösungsmenge der Gleichung. x ist hierbei die Lösungsvariable.

a) $\frac{r}{sx} = t$

b) $r - \frac{s}{x} = t$

c) $\frac{8s}{3s - x} = 1$

d) $\frac{s}{x} - \frac{t}{x} = 12$

3. Gib an, für welchen Wert der Formvariablen die Gleichung $\frac{x-s}{x+s} = \frac{1}{x}$ folgende Lösungen hat.

a) $L = \{4\}$

b) $L = \{ \}$ bzw. $L = \emptyset$

c) $L = \mathbb{Q} \setminus \{1\}$

d) $L = \{-6\}$

4. Jede Gleichung soll nach der dort vorkommenden Variable hin aufgelöst werden. Was muss über eine mögliche Formvariable gesagt werden?

a) $rx + x = t$

b) $rx + rs = st$

c) $rx + sx = t$

d) $r + sx = t$

Lösungen

1. Gib die Lösungsmenge der Gleichung an. Hierbei ist x die Lösungsvariable.

a) $sx - r = 0$

$$sx - r = 0 \quad | + r$$

$$sx = r \quad | : s$$

$$x = \frac{r}{s} \quad \text{für } s \neq 0$$

$$L = \left\{ \frac{r}{s} \right\}$$

b) $m - n = 8(x + n)$

$$m - n = 8(x + n)$$

$$m - n = 8 \cdot x + 8 \cdot n \quad | - 8n$$

$$m - 9n = 8x \quad | : 8$$

$$x = \frac{m - 9n}{8}$$

$$L = \left\{ \frac{m - 9n}{8} \right\}$$

c) $5y - x = 4x - y$

$$5y - x = 4x - y \quad | + x$$

$$5y = 5x - y \quad | + y$$

$$6y = 5x \quad | : 5$$

$$x = 1,2y$$

$$L = \{1, 2y\}$$

$$d) \quad sx = t + 4 \quad \text{für } (x \neq 0)$$

$$sx = t + 4 \quad | : s$$

$$x = \frac{t + 4}{s} \quad \text{für } s \neq 0; t \neq -4$$

$$L = \left\{ \frac{t + 4}{s} \right\}$$

2. Bestimme die Lösungsmenge der Gleichung. x ist hierbei die Lösungsvariable.

$$a) \quad \frac{r}{sx} = t$$

$$\frac{r}{sx} = t \quad | \cdot x$$

$$\frac{r}{s} = t \cdot x \quad | : t$$

$$x = \frac{r}{st} \quad \text{für } s \neq 0; t \neq 0$$

$$L = \left\{ \frac{r}{st} \right\}$$

$$b) \quad r - \frac{s}{x} = t$$

$$r - \frac{s}{x} = t \quad | \cdot (-1)$$

$$-r + \frac{s}{x} = -t \quad | + r$$

$$\frac{s}{x} = -t + r \quad | \cdot x$$

$$s = (-t + r) \cdot x \quad | : (-t + r)$$

$$x = \frac{s}{-t + r}$$

$$x = \frac{s}{r - t} \quad \text{für } r \neq t$$

$$L = \left\{ \frac{s}{r - t} \right\}$$

$$\text{c) } \frac{8s}{3s - x} = 1$$

$$\frac{8s}{3s - x} = 1 \quad | \cdot (3s - x)$$

$$8s = 1 \cdot (3s - x)$$

$$8s = 1 \cdot 3s + 1 \cdot (-x)$$

$$8s = 3s - x \quad | - 3s$$

$$5s = -x \quad | \cdot (-1)$$

$$x = -5s \quad \text{für } s \neq 0$$

$$L = \{-5s\}$$

$$\text{d) } \frac{s}{x} - \frac{t}{x} = 12$$

$$\frac{s}{x} - \frac{t}{x} = 12 \quad | \cdot x$$

$$s - t = 12 \cdot x \quad | : 12$$

$$x = \frac{s - t}{12} \quad \text{für } s \neq t$$

3. Gib an, für welchen Wert der Formvariablen die Gleichung $\frac{x-s}{x+s} = \frac{1}{x}$ folgende Lösungen hat.

für $x \neq -s$; $x \neq 0$

a) $L = \{4\}$

b) $L = \{ \}$ bzw. $L = \emptyset$

c) $L = \mathbb{Q} \setminus \{1\}$

d) $L = \{-6\}$

$$\frac{x-s}{x+s} = \frac{1}{x} \quad | \cdot (x+s) \quad | \cdot x$$

$$(x-s) \cdot x = 1 \cdot (x+s)$$

$$x \cdot x - s \cdot x = 1 \cdot x + 1 \cdot s$$

$$x^2 - sx = x + s$$

a) $L = \{4\}$

$$(4)^2 - s \cdot 4 = 4 + s$$

$$16 - 4s = 4 + s \quad | + 4s$$

$$16 = 4 + 5s \quad | - 4$$

$$12 = 5s \quad | : 5$$

$$s = 2,4$$

b) $L = \{ \}$ bzw. $L = \emptyset$

$$x^2 - sx = x + s$$

$$s = -1 \text{ (ein möglicher Wert)}$$

$$x^2 - (-1) \cdot x = x - 1$$

$$x^2 + x = x - 1 \quad | - x$$

$$x^2 = -1 \quad | \sqrt{}$$

$x =$ nicht definiert in $\mathbb{R}$

$$\text{c) } L = \mathbb{Q} \setminus \{1\}$$

$$x^2 - sx = x + s$$

Die Gleichung kann höchstens 0, 1 oder 2 Lösungen haben, aber niemals unendlich viele. Es ist daher kein Wert möglich.

$$\text{d) } L = \{-6\}$$

$$(-6)^2 - s \cdot (-6) = -6 + s$$

$$36 + 6s = -6 + s \quad | -s$$

$$36 + 5s = -6 \quad | -36$$

$$5s = -42 \quad | :5$$

$$s = -8,4$$

4. Jede Gleichung soll nach der dort vorkommenden Variable hin aufgelöst werden. Was muss über eine mögliche Formvariable gesagt werden?

$$\text{a) } rx + x = t$$

nach x :

$$rx + x = t$$

$$x \cdot (r + 1) = t \quad | : (r + 1)$$

$$x = \frac{t}{r + 1} \quad \text{für } r \neq -1$$

nach r :

$$rx + x = t \quad | -x$$

$$rx = t - x \quad | : x$$

$$r = \frac{t-x}{x} \quad \text{für } x \neq 0$$

$$r = \frac{t}{x} - 1$$

nach t:

$$t = rx + x$$

$$\text{b) } rx + rs = st$$

nach x:

$$rx + rs = st \quad | -rs$$

$$rx = st - rs \quad | : r$$

$$x = \frac{st - rs}{r} \quad \text{für } r \neq 0$$

$$x = \frac{st}{r} - s$$

nach r:

$$rx + rs = st$$

$$r \cdot (x + s) = st \quad | : (x + s)$$

$$r = \frac{st}{x + s} \quad \text{für } x \neq -s$$

nach s:

$$rx + rs = st \quad | -rx$$

$$rs = st - rx \quad | -st$$

$$rs - st = -rx$$

$$s \cdot (r - t) = -rx \quad | : (r - t)$$

$$s = \frac{-rx}{r - t} \quad \text{für } r \neq t$$

nach t:

$$rx + rs = st \quad | : s$$

$$t = \frac{rx + rs}{s} \quad \text{für } s \neq 0$$

$$t = \frac{rx}{s} + r$$

$$\text{c) } rx + sx = t$$

nach x:

$$rx + sx = t$$

$$x(r + s) = t \quad | : (r + s)$$

$$x = \frac{t}{r + s} \quad \text{für } r \neq -s$$

nach r:

$$rx + sx = t \quad | - sx$$

$$rx = t - sx \quad | : x$$

$$r = \frac{t - sx}{x} \quad \text{für } x \neq 0$$

$$r = \frac{t}{x} - s$$

nach s:

$$rx + sx = t \quad | - rx$$

$$sx = t - rx \quad | : x$$

$$s = \frac{t - rx}{x} \quad \text{für } x \neq 0$$

$$s = \frac{t}{x} - r$$

nach t:

$$t = rx + sx$$

$$\text{d) } r + sx = t$$

nach x:

$$r + sx = t \quad | -r$$

$$sx = t - r \quad | :s$$

$$x = \frac{t - r}{s} \quad \text{für } s \neq 0$$

nach r:

$$r + sx = t \quad | -sx$$

$$r = t - sx$$

nach s:

$$r + sx = t \quad | -r$$

$$sx = t - r \quad | :x$$

$$s = \frac{t - r}{x} \quad \text{für } x \neq 0$$

nach t:

$$t = r + sx$$