Aufgaben zu Potenzfunktionen

1. Berechne das Wachstum einer Hefekultur in Abhängigkeit zur Zeit.

Eine Hefekultur hat zum Zeitpunkt $t = 1$ h die Größe 3 cm^3. Pro Stunde verdreifacht sich die Größe der Hefekultur.

a) Gib den Wachstumsvorgang mittels einer Tabelle wieder.

b) Wie lautet die Zuordnungsvorschrift und die Funktionsgleichung für diese Funktion?

2. Welche Punkte liegen auf dem Graphen der Funktion a) $y = x^2$; b) $y = x^3$?

a) P_1 (2|8)

b) P_2 (–1|1)

c) P_3 (–2|4)

d) P_4 (2|4)

e) P_5 (1|1)

f) P_6 (0|1)

g) P_7 (–2|–4)

h) P_8 (–1|–1)

i) P_9 (0|0)

j) P_{10} (–2|8)

k) P_{11} (1|–1)

l) P_{12} (–2|–8)

3. Ermittle zur Funktion f mit $f(x) = x^4$ [für $f(x) = x^5$] deren Funktionswerte:

a) $f(0{,}8)$

b) $f\left(\sqrt{2}\right)$

c) $f(3)$

d) $f(-1{,}5)$

e) $f(-2)$

f) $f\left(-\frac{3}{2}\right)$

g) $f(2c)$

h) $f(c)$

i) $f(c^2d)$

4. Was für einen Verlauf haben die Potenzfunktionen im Bereich $-1 \leq x \leq 1$?

In ein Koordinatensystem soll der Graph von $x \mapsto x^n$ für n = 1, 2, 3, 4 und 10 im Bereich $-1 \leq x \leq 1$ gezeichnet werden. Eine Längeneinheit soll 5 cm betragen. Lege anschließend dar, wie der Verlauf der Funktionen ist.

Lösungen

1. Berechne das Wachstum einer Hefekultur in Abhängigkeit zur Zeit.

Eine Hefekultur hat zum Zeitpunkt t = 1 h die Größe 3 cm^3. Pro Stunde verdreifacht sich die Größe der Hefekultur.

a) Gib den Wachstumsvorgang mittels einer Tabelle wieder.

t = 1 h, V = 3 cm^3

t = 2 h, V = 9 cm^3

t = 3 h, V = 27 cm^3

t = 4 h, V = 81 cm^3

t = 5 h, V = 243 cm^3

t = 6 h, V = 729 cm^3

t = 7 h, V = 2187 cm^3

t = 8 h, V = 6561 cm^3

t = 9 h, V = 19683 cm^3

t = 10 h, V = 59049 cm^3

Zeit t(h)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Größe V(t) (cm^3)	3	9	27	81	243	728	2187	6561	19683	59049

b) Wie lautet die Zuordnungsvorschrift und die Funktionsgleichung für diese Funktion?

$t \mapsto 3^t$

$f(t) = 3^t$

2. Welche Punkte liegen auf dem Graphen der Funktion a) $y = x^2$; b) $y = x^3$?

a) P_1 (2|8)

$x = 2$

$y = (2)^2 = 4$

$y = (2)^3 = 8$

Der Punkt P_1 (2|8) liegt auf der Funktion $y = x^3$.

b) P_2 (–1|1)

$x = -1$

$y = (-1)^2 = 1$

$y = (-1)^3 = -1$

Der Punkt P_2 (–1|1) liegt auf der Funktion $y = x^2$.

c) P_3 (–2|4)

$x = -2$

$y = (-2)^2 = 4$

$y = (-2)^3 = -8$

Der Punkt P_3 (–2|4) liegt auf der Funktion $y = x^2$.

d) P_4 (2|4)

$x = 2$

$y = (2)^2 = 4$

$y = (2)^3 = 8$

Der Punkt P_4 (2|4) liegt auf der Funktion $y = x^2$.

e) P_5 (1|1)

$x = 1$

$y = (1)^2 = 1$

$y = (1)^3 = 1$

Der Punkt P_5 (1|1) liegt auf den Funktionen $y = x^2$ und $y = x^3$.

f) P_6 (0|1)

$x = 0$

$y = (0)^2 = 0$

$y = (0)^3 = 0$

Der Punkt P_6 (0|1) liegt auf keiner der Funktionen.

g) P_7 (–2|–4)

$x = -2$

$y = (-2)^2 = 4$

$y = (-2)^3 = -8$

Der Punkt P_7 (–2|–4) liegt auf keiner der Funktionen.

h) P_8 (–1|–1)

$x = -1$

$y = (-1)^2 = 1$

$y = (-1)^3 = -1$

Der Punkt P_8 (–1|–1) liegt auf der Funktion $y = x^3$.

i) P_9 (0|0)

$x = 0$

$y = (0)^2 = 0$

$y = (0)^3 = 0$

Der Punkt P_9 (0|0) liegt auf den Funktionen $y = x^2$ und $y = x^3$.

j) P_{10} (–2|8)

$x = –2$

$y = (–2)^2 = 4$

$y = (–2)^3 = –8$

Der Punkt P_{10} (–2|8) liegt auf keiner der Funktionen.

k) P_{11} (1|–1)

$y = (1)^2 = 1$

$y = (1)^3 = 1$

Der Punkt P_{11} (1|–1) liegt auf keiner der Funktionen.

l) P_{12} (–2|–8)

$y = (–2)^2 = 4$

$y = (–2)^3 = –8$

Der Punkt P_{12} (–2|–8) liegt auf der Funktion $y = x^3$.

3. Ermittle zur Funktion f mit $f(x) = x^4$ [für $f(x) = x^5$] deren Funktionswerte:

a) f(0,8)

$f(0,8) = (0,8)^4 = 0,4096$

$f(0,8) = (0,8)^5 = 0,32768$

b) $f\left(\sqrt{2}\right)$

$f\left(\sqrt{2}\right) = \left(\sqrt{2}\right)^4 = 4$

$f\left(\sqrt{2}\right) = \left(\sqrt{2}\right)^5 = 4\sqrt{2}$

c) f(3)

$f(3) = (3)^4 = 81$

$f(3) = (3)^5 = 243$

d) f(–1,5)

$f(-1,5) = (-1,5)^4 = 5,0625$

$f(-1,5) = (-1,5)^5 = -7,59375$

e) f(–2)

$f(-2) = (-2)^4 = 16$

$f(-2) = (-2)^5 = -32$

f) $f\left(-\frac{3}{2}\right)$

$f\left(-\frac{3}{2}\right) = \left(\frac{3}{2}\right)^4 = \frac{81}{16}$

$f\left(-\frac{3}{2}\right) = \left(\frac{3}{2}\right)^5 = -\frac{243}{32}$

g) f(2c)

$f(2c) = (2c)^4 = 16c^4$

$f(2c) = (2c)^5 = 32c^5$

h) $f(c)$

$f(c) = (c)^4 = c^4$

$f(c) = (c)^5 = c^5$

i) $f(c^2d)$

$f(c^2d) = (c^2d)^4 = c^8d^4$

$f(c^2d) = (c^2d)^5 = c^{10}d^5$

4. Was für einen Verlauf haben die Potenzfunktionen im Bereich $-1 \leq x \leq 1$?

In ein Koordinatensystem soll der Graph von $x \mapsto x^n$ für n = 1, 2, 3, 4 und 10 im Bereich $-1 \leq x \leq 1$ gezeichnet werden. Eine Längeneinheit soll 5 cm betragen. Lege anschließend dar, wie der Verlauf der Funktionen ist.

Diese Funktionen mit folgender Zuordnungsvorschrift liegen vor:

$n = 1$: $x \mapsto x^1$ bzw. $x \mapsto x$

$n = 2$: $x \mapsto x^2$

$n = 3$: $x \mapsto x^3$

$n = 4$: $x \mapsto x^4$

$n = 10$: $x \mapsto x^{10}$

Die Funktionsgleichungen sind:

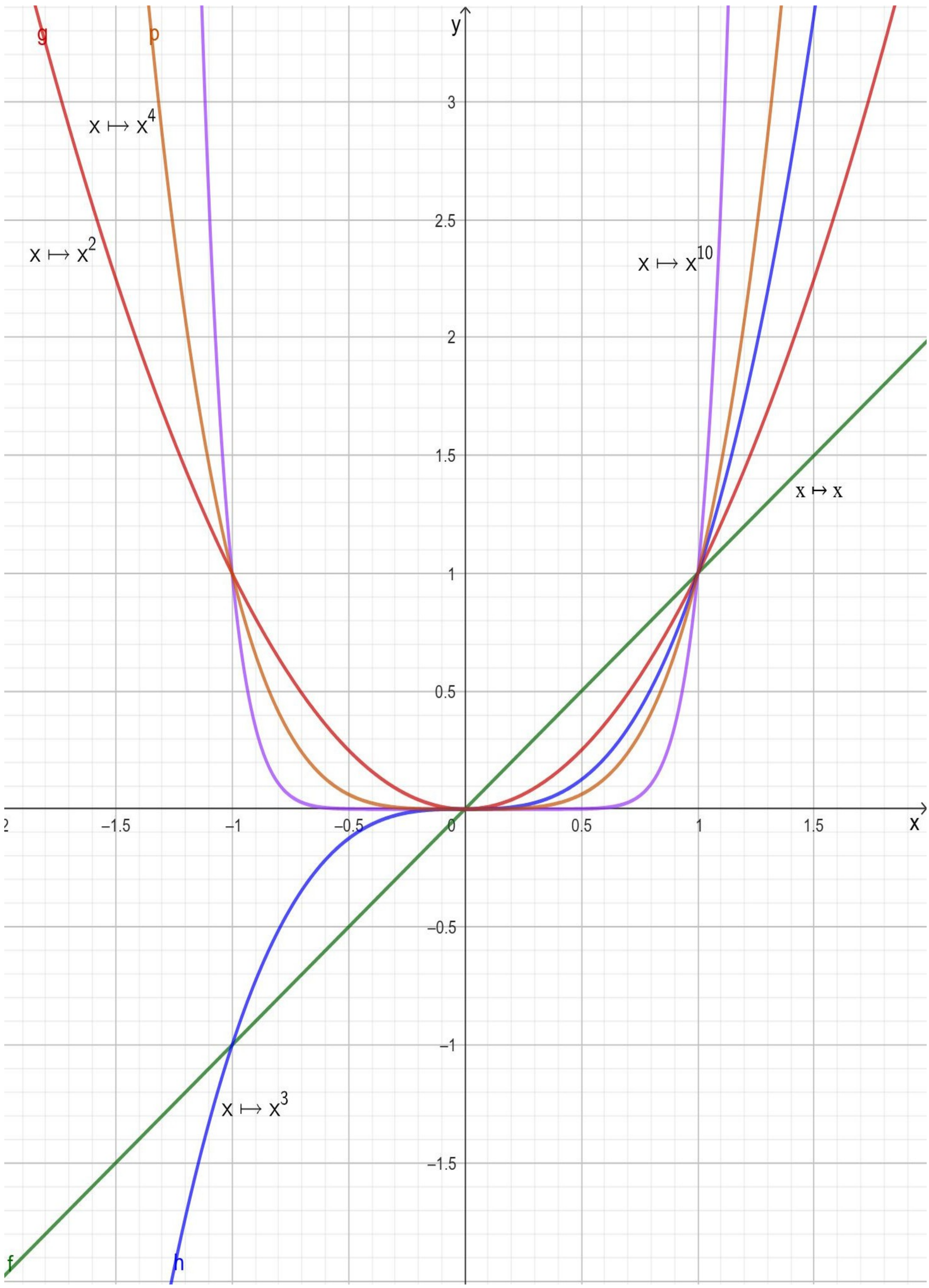
$f(x) = x^1$ bzw. $f(x) = x$

$f(x) = x^2$

$f(x) = x^3$

$f(x) = x^4$

$f(x) = x^{10}$



$x \mapsto x$

Der Graph ist eine Gerade. Die Funktion verläuft durch den Ursprung (0|0). Die Steigung ist 1. Sie ist monoton steigend. Sie ist symmetrisch zum Ursprung (punktsymmetrisch). Für alle x gilt: y = x, also die x- und y-Werte sind immer gleich.

$x \mapsto x^2$

Der Graph ist eine Parabel. Sie ist nach oben geöffnet. Der tiefste Punkt ist der Scheitelpunkt (0|0). Die Funktion ist links von 0 monoton fallend und rechts von 0 monoton steigend. Sie ist achsensymmetrisch zur y-Achse. Für alle x gilt: $y \geq 0$. Sie hat nur positive Funktionswerte (außer die 0).

$f(x) = x^3$

Der Graph ist eine kubische Kurve. Sie geht durch den Ursprung (0|0). Die Funktion verläuft von links unten nach rechts oben. Die Funktion ist monoton steigend. Sie ist symmetrisch zum Ursprung (punktsymmetrisch). Sie hat keinen Hoch- und Tiefpunkt.

$f(x) = x^4$

Der Graph ist eine nach oben geöffnete Kurve. Sie verläuft durch den Ursprung (0|0). Ihr Scheitelpunkt liegt bei (0|0). Für große |x| wächst die Funktion sehr stark. Für $x < 0$ ist die Funktion monoton fallend, für $x > 0$ monoton steigend. Sie ist achsensymmetrisch zur y-Achse. Sie hat nur positive Funktionswerte (außer die 0).

$x \mapsto x^{10}$

Der Graph ist eine nach oben geöffnete Kurve. Sie verläuft durch den Ursprung (0|0). Ihr Scheitelpunkt liegt bei (0|0). Für große |x| wächst die Funktion sehr, sehr stark. Für $x < 0$ ist die Funktion monoton fallend, für $x > 0$ monoton steigend. Sie ist achsensymmetrisch zur y-Achse. Sie hat nur positive Funktionswerte (außer die 0).