Aufgaben zur Trigonometrie am rechtwinkligen Dreieck

1. In einem rechtwinkligen Dreieck sind verschiedene Angaben bekannt. Berechne die jeweils fehlenden.

a) $a = 10{,}4$ cm

$c = 2{,}5$ cm

$\beta = 90^o$

b) $c = 6{,}7$ cm

$\alpha = 90°$

$\beta = 78^o$

c) $b = 15$ cm

$\gamma = 90^o$

$\alpha = 79^o$

d) $a = 3{,}7$ cm

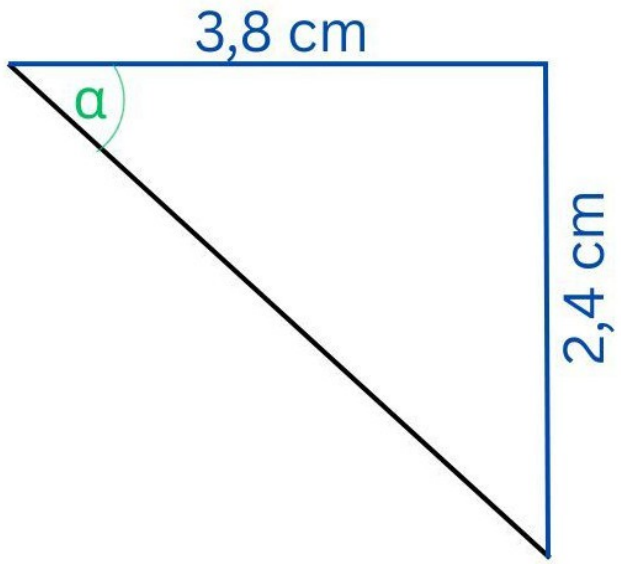
$c = 5{,}6$ cm

$\gamma = 90^o$

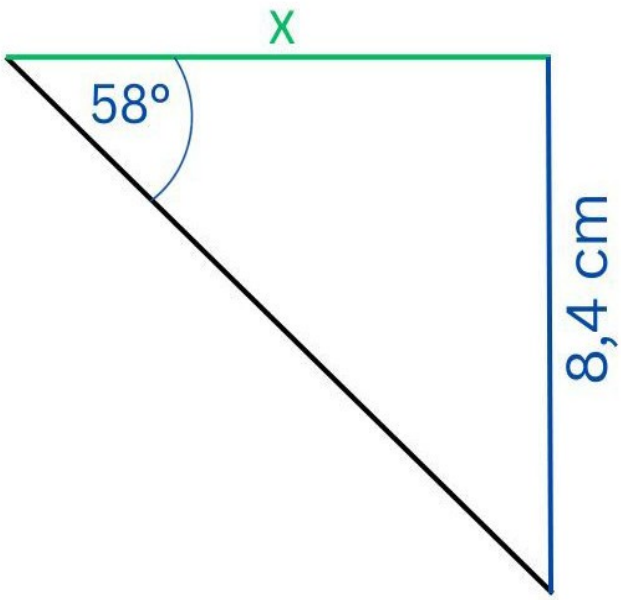
2. Auf einem Straßenschild steht, dass das Gefälle einer Straße 16 % beträgt. Das heißt, dass 100 Meter in der Horizontalen der Höhenunterschied 16 Meter umfasst. Wie groß ist der Neigungswinkel α?

3. Ermittle rechnerisch die grün markierte Größe.

a) Trigonometrie rechtwinkliges Dreieck, Aufgabe a



b) Trigonometrie rechtwinkliges Dreieck, Aufgabe b



4. Man möchte einen Sendemast mit vier Seilen von je 50 m Länge befestigen. Bei jedem Seil soll der Neigungswinkel α 52° betragen. Auf welcher Höhe genau müssen alle vier Seile befestigt werden?

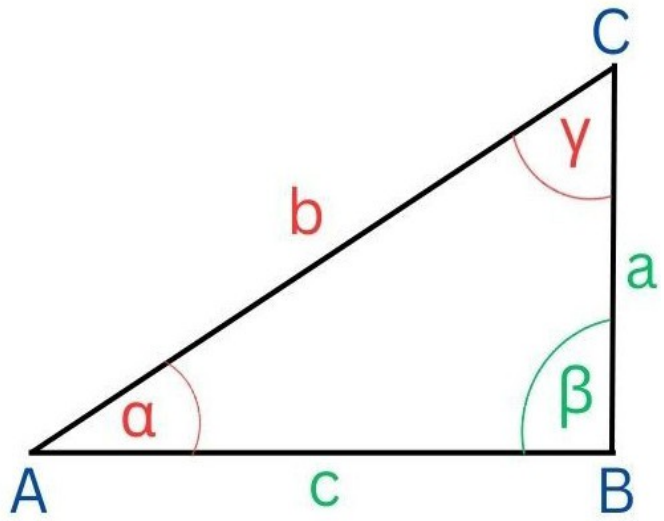
Lösungen

1. In einem rechtwinkligen Dreieck sind verschiedene Angaben bekannt. Berechne die jeweils fehlenden.

a) $a = 10{,}4$ cm

$c = 2{,}5$ cm

$\beta = 90^\circ$



$$\tan\alpha = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}} = \frac{a}{c} = \frac{10{,}4\text{ cm}}{2{,}5\text{ cm}} = 4{,}16 \quad | \ \tan^{-1}$$

$\alpha \approx 76{,}5^\circ$

$\gamma = 180^\circ - (\alpha + \beta) = 180^\circ - (76{,}5^\circ + 90^\circ) = 180^\circ - 166{,}5^\circ \approx 13{,}5^\circ$

$$\sin\alpha = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{a}{b} \quad | \ \cdot b$$

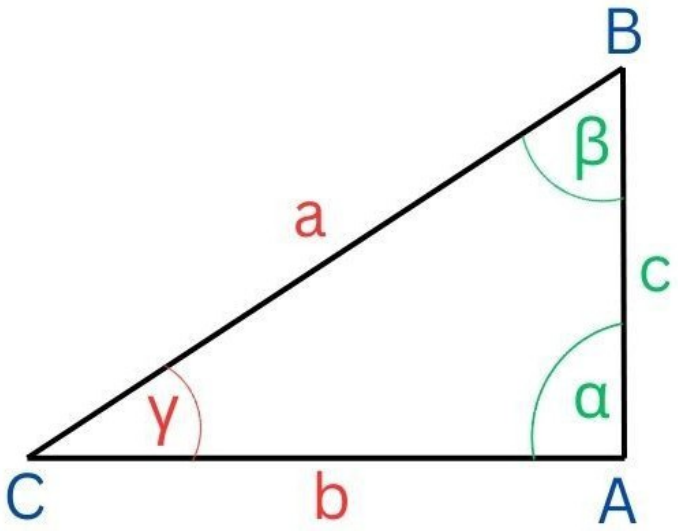
$\sin\alpha \quad b = a \quad | : \sin\alpha$

$$b = \frac{a}{\sin\alpha} = \frac{10{,}4\text{ cm}}{\sin 76{,}5°} \approx 10{,}7\text{ cm}$$

b) $c = 6{,}7$ cm

$\alpha = 90°$

$\beta = 78^o$



$\gamma = 180^o - (\alpha + \beta)$

$\gamma = 180^o - (90^o + 78^o)$

$\gamma = 180^o - 168^o$

$\gamma = 12^o$

$$\tan\beta = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}} = \frac{b}{c} \quad | \cdot c$$

$b = \tan\beta \cdot c$

$b = \tan 78^o \cdot 6{,}7\text{ cm}$

$b \approx 31{,}5$ cm

$$\cos\beta = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{c}{a} \quad | \cdot a$$

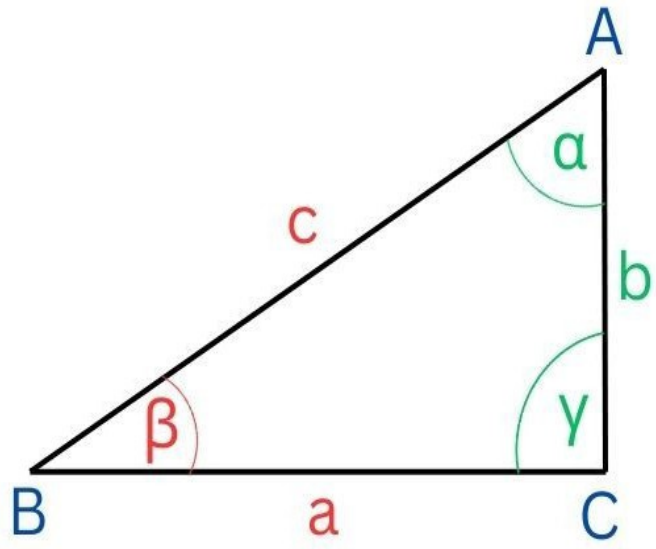
$\cos\beta \cdot a = c \quad | : \cos\beta$

$$a = \frac{c}{\cos\beta} = \frac{6{,}7\text{ cm}}{\cos 78^\circ} \approx 32{,}2\text{ cm}$$

c) $b = 15$ cm

$\gamma = 90^\circ$

$\alpha = 79^\circ$



$\beta = 180^\circ - (\alpha + \gamma)$

$\beta = 180^\circ - (79^\circ + 90^\circ)$

$\beta = 180^\circ - 169^\circ$

$\beta = 11^\circ$

$$\tan\alpha = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}} = \frac{a}{b} \quad | \cdot b$$

$a = \tan\alpha \cdot b$

$a = \tan 79^\circ \quad 15$ cm

$a \approx 77{,}2$ cm

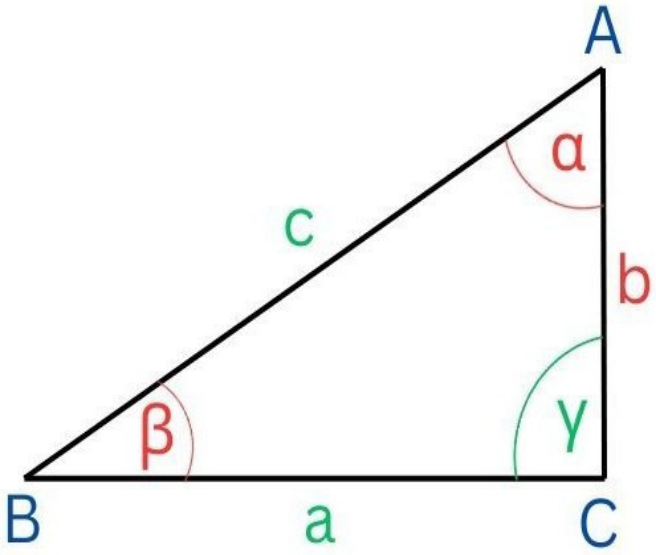
$$\cos\alpha = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{b}{c} \quad | \cdot c$$

$\cos\alpha \quad c = b \qquad | : \cos\alpha$

d) $a = 3{,}7$ cm

$c = 5{,}6$ cm

$\gamma = 90^\circ$



$$\sin\alpha = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{a}{b} = \frac{3{,}7\text{ cm}}{5{,}6\text{ cm}} \quad | \sin^{-1}$$

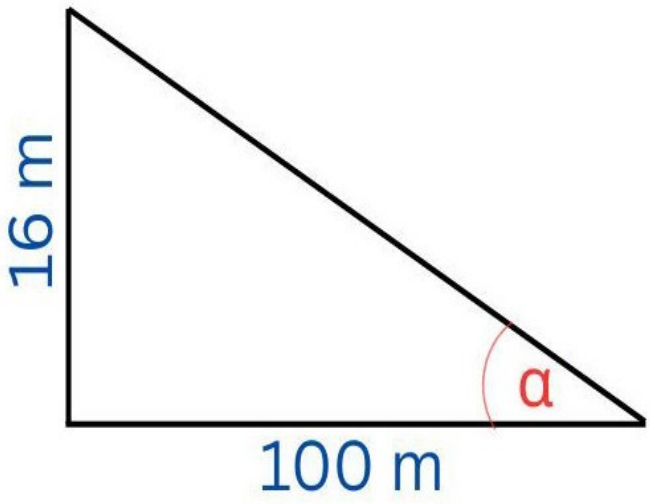
$\alpha \approx 41{,}4^\circ$

$\beta = 180^\circ - (\alpha + \gamma) = 180^\circ - (41{,}4^\circ + 90^\circ) \approx 48{,}6^\circ$

$$\cos\alpha = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{b}{c} \quad | \cdot c$$

$b = \cos\alpha \quad c = \cos 41{,}4^\circ \quad 5{,}6\text{ cm} \approx 4{,}2\text{ cm}$

2. Auf einem Straßenschild steht, dass das Gefälle einer Straße 16 % beträgt. Das heißt, dass 100 Meter in der Horizontalen der Höhenunterschied 16 Meter umfasst. Wie groß ist der Neigungswinkel α?



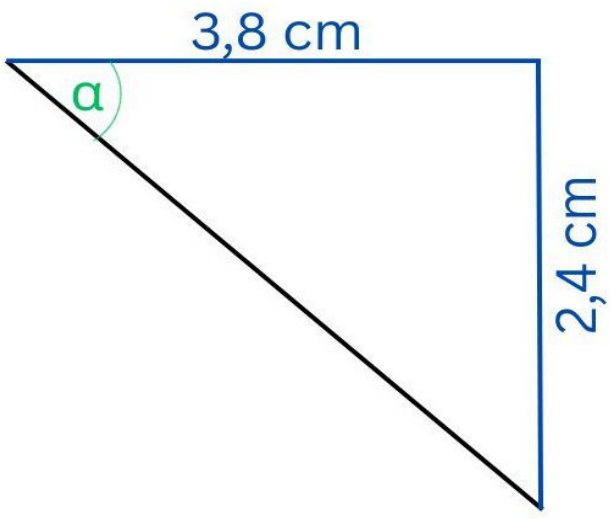
$$\tan\alpha = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}} = \frac{16\ \text{m}}{100\ \text{m}} \quad | \ \tan^{-1}$$

$$\alpha \approx 9{,}1^{\circ}$$

Der Neigungswinkel beträgt ca. 9,1°.

3. Ermittle rechnerisch die grün markierte Größe.

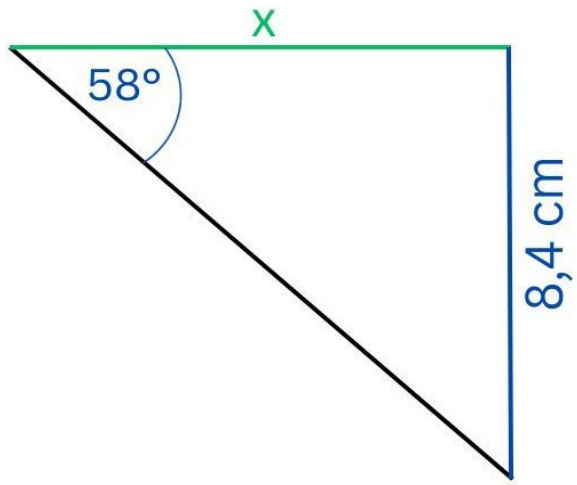
a) Trigonometrie rechtwinkliges Dreieck, Aufgabe a



$$\tan\alpha = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}} = \frac{2{,}4\text{ cm}}{3{,}8\text{ cm}} \quad | \ \tan^{-1}$$

$$\alpha \approx 32{,}3^{\circ}$$

b) Trigonometrie rechtwinkliges Dreieck, Aufgabe b

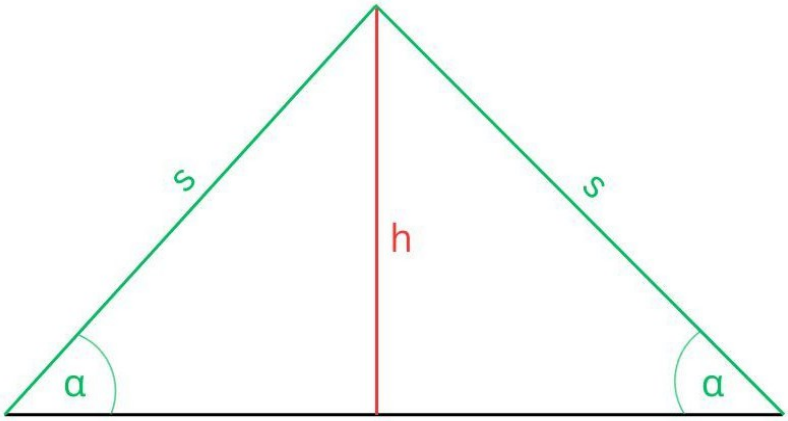


$$\tan 58^{\circ} = \frac{8{,}4\text{ cm}}{x} \quad | \ \cdot x$$

$$\tan 58^{\circ} \quad x = 8{,}4\text{ cm} \quad | : \tan 58^{\circ}$$

$$x = \frac{8{,}4\text{ cm}}{\tan 58^{\circ}} \approx 5{,}25\text{ cm}$$

4. Man möchte einen Sendemast mit vier Seilen von je 50 m Länge befestigen. Bei jedem Seil soll der Neigungswinkel α 52° betragen. Auf welcher Höhe genau müssen alle vier Seile befestigt werden?



$\tan\alpha = \frac{h}{s} \quad | \quad \cdot s$

$h = \sin\alpha \quad s$

$h = \sin \ 52^{o} \quad 50 \text{ m}$

$h \approx 39{,}4 \text{ m}$