

## Aufgaben zu quadratischen Gleichungen

1. Bilde auf jeder Seite der Gleichung so eine quadratische Ergänzung, dass die linke Seite der Gleichung eine binomische Formel ergibt. Löse anschließend die Gleichung auf und mache die Probe.

a)  $x^2 + 6x + \underline{\quad} = 21 + \underline{\quad}$

b)  $x^2 - 12x + \underline{\quad} = 13 + \underline{\quad}$

c)  $x^2 + 4x + \underline{\quad} = 21 + \underline{\quad}$

d)  $x^2 + 14x + \underline{\quad} = 15 + \underline{\quad}$

2. Löse die Gleichung mittels quadratischer Ergänzung. Bestimme darauf die Lösungsmenge und mache anschließend die Probe.

a)  $x^2 + 8x = 0$

b)  $x^2 + 6x - 7 = 0$

c)  $x^2 + 8 = 0$

d)  $x^2 - 4x + 3 = 0$

3. Löse die quadratische Gleichung mittels der p-q-Formel.

a)  $x^2 + 2x - 35 = 0$

b)  $x^2 + 15x + 44 = 0$

c)  $y^2 + 8,3y + 6 = 0$

d)  $2x^2 - 1,7x - 1 = 0$

4. Ermittle die Lösungsmenge mittels des grafischen Lösungsverfahrens.

a)  $x^2 = x - 1$

b)  $x^2 = -2x - 1$

c)  $x^2 = \frac{5}{2}x - 1$

## Lösungen

1. Bilde auf jeder Seite der Gleichung so eine quadratische Ergänzung, dass die linke Seite der Gleichung eine binomische Formel ergibt. Löse anschließend die Gleichung auf und mache die Probe.

$$\text{a) } x^2 + 6x + \underline{\quad} = 21 + \underline{\quad}$$

$$x^2 + 6x + \left(\frac{6}{2}\right)^2 = 21 + \left(\frac{6}{2}\right)^2$$

$$x^2 + 6x + (3)^2 = 21 + (3)^2$$

$$x^2 + 6x + 9 = 21 + 9$$

$$(x + 3)^2 = 30 \quad | \sqrt{\quad}$$

$$x + 3 = \pm \sqrt{30} \quad | -3$$

$$x = \pm \sqrt{30} - 3$$

$$x_1 = -\sqrt{30} - 3$$

$$x_2 = \sqrt{30} - 3$$

Probe:

$$x_1 = -\sqrt{30} - 3$$

$$(-\sqrt{30} - 3 + 3)^2 = 30$$

$$(-\sqrt{30})^2 = 30$$

$$30 = 30$$

$$x_2 = \sqrt{30} - 3$$

$$(\sqrt{30} - 3 + 3)^2 = 30$$

$$(\sqrt{30})^2 = 30$$

$$30 = 30$$

$$L = \{-\sqrt{30}-3; \sqrt{30}-3\}$$

$$\text{b) } x^2 - 12x + \underline{\quad} = 13 + \underline{\quad}$$

$$x^2 - 12x + \underline{\quad} = 13 + \underline{\quad}$$

$$x^2 - 12x + \left(\frac{12}{2}\right)^2 = 13 + \left(\frac{12}{2}\right)^2$$

$$x^2 - 12x + (6)^2 = 13 + (6)^2$$

$$x^2 - 12x + 36 = 13 + 36$$

$$(x - 6)^2 = 49 \quad | \sqrt{\quad}$$

$$x - 6 = \pm 7 \quad | + 6$$

$$x = \pm 7 + 6$$

$$x_1 = -7 + 6$$

$$x_1 = -1$$

$$x_2 = 7 + 6$$

$$x_2 = 13$$

Probe:

$$x_1 = -1$$

$$(-1 - 6)^2 = 49$$

$$(-7)^2 = 49$$

$$49 = 49$$

$$x_2 = 13$$

$$(13 - 6)^2 = 49$$

$$(7)^2 = 49$$

$$49 = 49$$

$$L = \{-1; 13\}$$

$$\text{c) } x^2 + 4x + \underline{\quad} = 21 + \underline{\quad}$$

$$x^2 + 4x + \underline{\quad} = 21 + \underline{\quad}$$

$$x^2 + 4x + \left(\frac{4}{2}\right)^2 = 21 + \left(\frac{4}{2}\right)^2$$

$$x^2 + 4x + (2)^2 = 21 + (2)^2$$

$$x^2 + 4x + 4 = 21 + 4$$

$$(x + 2)^2 = 25 \quad | \sqrt{\quad}$$

$$x + 2 = \pm 5 \quad | -2$$

$$x = \pm 5 - 2$$

$$x_1 = -5 - 2$$

$$x_1 = -7$$

$$x_2 = 5 - 2$$

$$x_2 = 3$$

Probe:

$$x_1 = -7$$

$$(-7 + 2)^2 = 25$$

$$(-5)^2 = 25$$

$$25 = 25$$

$$x_2 = 3$$

$$(3 + 2)^2 = 25$$

$$(5)^2 = 25$$

$$25 = 25$$

$$L = \{-7; 3\}$$

$$d) x^2 + 14x + \underline{\quad} = 15 + \underline{\quad}$$

$$x^2 + 14x + \underline{\quad} = 15 + \underline{\quad}$$

$$x^2 + 14x + \left(\frac{14}{2}\right)^2 = 15 + \left(\frac{14}{2}\right)^2$$

$$x^2 + 14x + (7)^2 = 15 + (7)^2$$

$$x^2 + 14x + 49 = 15 + 49$$

$$(x + 7)^2 = 64 \quad | \sqrt{\quad}$$

$$x + 7 = \pm 8 \quad | -7$$

$$x = \pm 8 - 7$$

$$x_1 = -8 - 7$$

$$x_1 = -15$$

$$x_2 = 8 - 7$$

$$x_2 = 1$$

Probe:

$$x_1 = -15$$

$$(-15 + 7)^2 = 64$$

$$(-8)^2 = 64$$

$$64 = 64$$

$$x_2 = 1$$

$$(1 + 7)^2 = 64$$

$$(8)^2 = 64$$

$$64 = 64$$

$$L = \{-15; 1\}$$

2. Löse die Gleichung mittels quadratischer Ergänzung. Bestimme darauf die Lösungsmenge und mache anschließend die Probe.

$$\text{a) } x^2 + 8x = 0$$

$$x^2 + 8x = 0$$

$$x^2 + 8x + \left(\frac{8}{2}\right)^2 = \left(\frac{8}{2}\right)^2$$

$$x^2 + 8x + (4)^2 = (4)^2$$

$$x^2 + 8x + 16 = 16$$

$$(x + 4)^2 = 16 \quad | \sqrt{\quad}$$

$$x + 4 = \pm 4 \quad | -4$$

$$x = \pm 4 - 4$$

$$x_1 = -4 - 4$$

$$x_1 = -8$$

$$x_2 = 4 - 4$$

$$x_2 = 0$$

Probe:

$$x_1 = -8$$

$$(-8 + 4)^2 = 16$$

$$(-4)^2 = 16$$

$$16 = 16$$

$$x_2 = 0$$

$$(0 + 4)^2 = 16$$

$$(4)^2 = 16$$

$$16 = 16$$

$$L = \{-8; 0\}$$

b)  $x^2 + 6x - 7 = 0$

$$x^2 + 6x - 7 = 0 \quad | + 7$$

$$x^2 + 6x + \left(\frac{6}{2}\right)^2 = \left(\frac{6}{2}\right)^2 + 7$$

$$x^2 + 6x + (3)^2 = (3)^2 + 7$$

$$x^2 + 6x + 9 = 9 + 7$$

$$(x + 3)^2 = 16 \quad | \sqrt{\quad}$$

$$x + 3 = \pm 4 \quad | - 3$$

$$x = \pm 4 - 3$$

$$x_1 = -4 - 3$$

$$x_1 = -7$$

$$x_2 = 4 - 3$$

$$x_2 = 1$$

Probe:

$$x_1 = -7$$

$$(-7 + 3)^2 = 16$$

$$(-4)^2 = 16$$

$$16 = 16$$

$$x_2 = 1$$

$$(1 + 3)^2 = 16$$

$$(4)^2 = 16$$

$$16 = 16$$

$$L = \{-7; 1\}$$

c)  $x^2 + 8 = 0$

$$x^2 + 8 = 0 \quad | -8$$

$$x^2 = -8 \quad | \sqrt{\quad}$$

x = nicht definiert in  $\mathbb{Q}$

$$L = \emptyset$$

d)  $x^2 - 4x + 3 = 0$

$$x^2 - 4x + 3 = 0 \quad | -3$$

$$x^2 - 4x = -3$$

$$x^2 - 4x + \left(\frac{4}{2}\right)^2 = \left(\frac{4}{2}\right)^2 - 3$$

$$x^2 - 4x + (2)^2 = (2)^2 - 3$$

$$x^2 - 4x + 4 = 4 - 3$$

$$(x - 2)^2 = 1 \quad | \sqrt{\phantom{x}}$$

$$x - 2 = \pm 1 \quad | + 2$$

$$x = \pm 1 + 2$$

$$x_1 = -1 + 2$$

$$x_1 = 1$$

$$x_2 = 1 + 2$$

$$x_2 = 3$$

Probe:

$$x_1 = 1$$

$$(1 - 2)^2 = 1$$

$$(-1)^2 = 1$$

$$1 = 1$$

$$x_2 = 3$$

$$(3 - 2)^2 = 1$$

$$(1)^2 = 1$$

$$1 = 1$$

$$L = \{1; 3\}$$

3. Löse die quadratische Gleichung mittels der p-q-Formel.

a)  $x^2 + 2x - 35 = 0$

$$x_{1,2} = -\frac{2}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{2}{2}\right)^2 + 35}$$

$$x_{1,2} = -1 \pm \sqrt{(1)^2 + 35}$$

$$x_{1,2} = -1 \pm \sqrt{1 + 35}$$

$$x_{1,2} = -1 \pm \sqrt{36}$$

$$x_{1,2} = -1 \pm 6$$

$$x_1 = -1 - 6$$

$$x_1 = -7$$

$$x_2 = -1 + 6$$

$$x_2 = 5$$

$$L = \{-7; 5\}$$

$$\text{b) } x^2 + 15x + 44 = 0$$

$$x_{1,2} = -\frac{15}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{15}{2}\right)^2 - 44}$$

$$x_{1,2} = -7,5 \pm \sqrt{(7,5)^2 - 44}$$

$$x_{1,2} = -7,5 \pm \sqrt{(7,5)^2 - 44}$$

$$x_{1,2} = -7,5 \pm \sqrt{56,25 - 44}$$

$$x_{1,2} = -7,5 \pm \sqrt{12,25}$$

$$x_{1,2} = -7,5 \pm 3,5$$

$$x_1 = -7,5 - 3,5$$

$$x_1 = -11$$

$$x_2 = -7,5 + 3,5$$

$$x_2 = -4$$

$$L = \{-11; -4\}$$

$$c) y^2 + 8,3y + 6 = 0$$

$$y_{1,2} = -\frac{8,3}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{8,3}{2}\right)^2 - 6}$$

$$y_{1,2} = -4,15 \pm \sqrt{(4,15)^2 - 6}$$

$$y_{1,2} = -4,15 \pm \sqrt{17,2225 - 6}$$

$$y_{1,2} = -4,15 \pm \sqrt{11,2225}$$

$$y_{1,2} = -4,15 \pm 3,35$$

$$y_1 = -4,15 - 3,35$$

$$y_1 = -7,5$$

$$y_2 = -4,15 + 3,35$$

$$y_2 = -4,15 + 3,35$$

$$y_2 = -0,8$$

$$L = \{-7,5; -0,8\}$$

$$d) 2x^2 - 1,7x - 1 = 0$$

$$2x^2 - 1,7x - 0,5 = 0 \quad | : 2$$

$$x^2 - 0,85 - 0,5 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{0,85}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{0,85}{2}\right)^2 + 0,5}$$

$$x_{1,2} = 0,425 \pm \sqrt{(0,425)^2 + 0,5}$$

$$x_{1,2} = 0,425 \pm \sqrt{0,180625 + 0,5}$$

$$x_{1,2} = 0,425 \pm \sqrt{0,680625}$$

$$x_{1,2} = 0,425 \pm 0,825$$

$$x_1 = 0,425 - 0,825$$

$$x_1 = -0,4$$

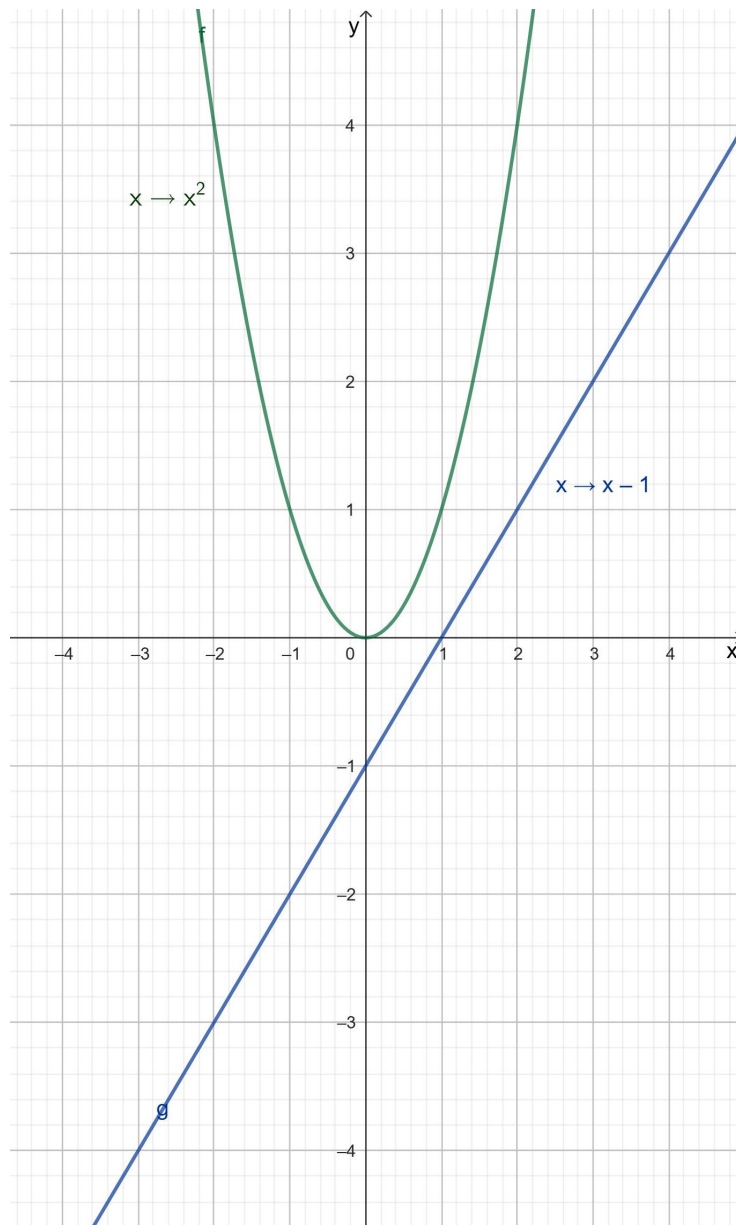
$$x_2 = 0,425 + 0,825$$

$$x_2 = 1,25$$

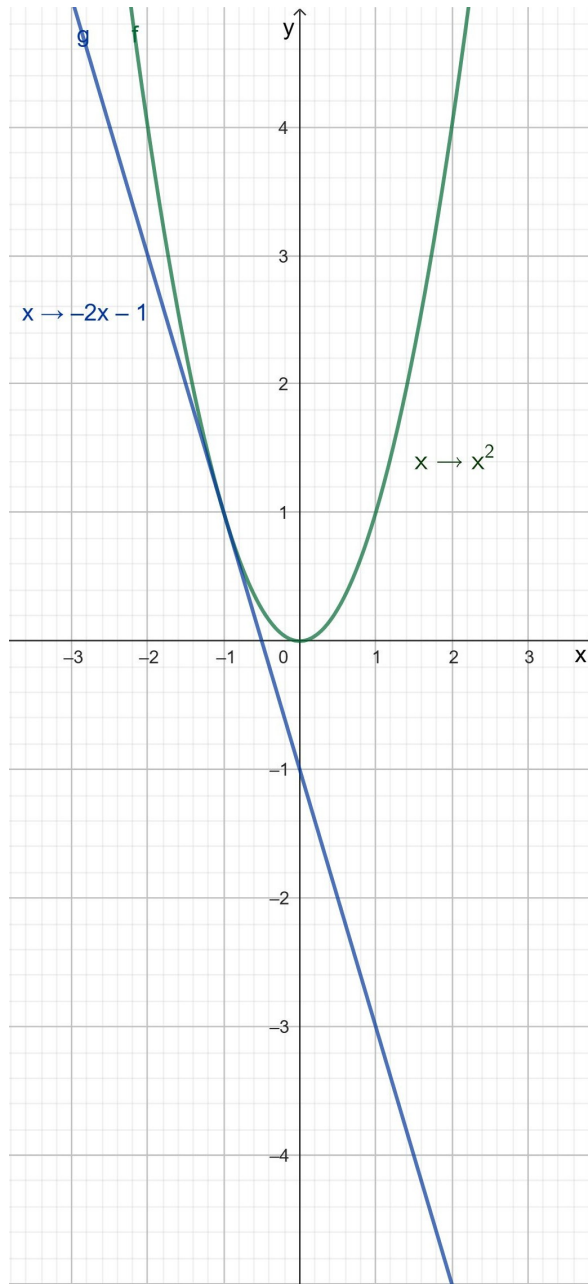
$$L = \{-0,4; 1,25\}$$

4. Ermittle die Lösungsmenge mittels des grafischen Lösungsverfahrens.

a)  $x^2 = x - 1$



b)  $x^2 = -2x - 1$



c)  $x^2 = \frac{5}{2}x - 1$

