

Aufgaben zu linearen Gleichungssystemen

1. Bestimme die Lösungsmenge des linearen Gleichungssystems mittels des Gleichsetzungsverfahrens.

a)

I. $x + y = 7$

II. $3x + 10y = 0$

b)

I. $2x = -3y - 4$

II. $4x - 6y = -2$

c)

I. $2p - 6q = -12$

II. $3p - 2q = 11$

2. Löse das lineare Gleichungssystem mittels des Einsetzungsverfahrens auf.

a)

I. $4x - 7y = 1$

II. $44x - 21y = 39$

b)

I. $3q - p = 11$

II. $4p + 9q = 19$

c)

I. $3x - y = 11$

II. $19x + 4y = 18$

3. Ermittle die gesuchten Zahlen. Stelle hierfür zwei Gleichungen eines LGS auf und bestimme die Lösungsmenge.

Zieht man eine Zahl von einer anderen ab, so erhält man 98. Wenn man zur ersten Zahl das 4-Fache der zweiten Zahl addiert, so ergibt sich 153.

4. Was ist hier sinnvoller? Das LGS mittels Gleichsetzungsverfahren zu lösen oder mittels Einsetzungsverfahren.

a)

I. $2x = 5y - 5$

II. $3x = 4y - 4$

b)

I. $3x - 7y = 6$

II. $x + 4y = -17$

c)

I. $0,5x = 0,5y + 2$

II. $2x = y - 5$

Lösungen

1. Bestimme die Lösungsmenge des linearen Gleichungssystems mittels des Gleichsetzungsverfahrens.

a)

$$\text{I. } x + y = 7$$

$$\text{II. } 3x + 10y = 0$$

$$\text{I. } x + y = 7 \quad | -y$$

$$\text{I. } x = 7 - y$$

$$\text{II. } 3x + 10y = 0 \quad | -10y$$

$$\text{II. } 3x = -10y \quad | :3$$

$$\text{II. } x = -\frac{10}{3}y$$

$$\text{I.} = \text{II.}$$

$$\text{I.} = \text{II. } 7 - y = -\frac{10}{3}y \quad | +y$$

$$\text{I.} = \text{II. } 7 = -\frac{7}{3}y \quad | \cdot (-3)$$

$$\text{I.} = \text{II. } -21 = 7y \quad | :7$$

$$\text{I.} = \text{II. } -3 = y$$

$$\text{I. } x = 7 - y$$

$$\text{I. } x = 7 - (-3)$$

$$\text{I. } x = 7 + 3$$

$$\text{I. } x = 10$$

$$L = \{(10 \mid -3)\}$$

b)

$$\text{I. } 2x = -3y - 4$$

$$\text{II. } 4x - 6y = -2$$

$$\text{II. } 4x - 6y = -2 \quad | : 2$$

$$\text{II. } 2x - 3y = -1 \quad | + 3y$$

$$\text{II. } 2x = -1 + 3y$$

$$\text{I.} = \text{II.}$$

$$\text{I.} = \text{II. } -3y - 4 = -1 + 3y \quad | + 3y$$

$$\text{I.} = \text{II. } -4 = -1 + 6y \quad | + 1$$

$$\text{I.} = \text{II. } -3 = 6y \quad | : 6$$

$$\text{I.} = \text{II. } -0,5 = y$$

$$\text{I. } 2x = -3y - 4$$

$$\text{I. } 2x = -3 \cdot (-0,5) - 4$$

$$\text{I. } 2x = 1,5 - 4$$

$$\text{I. } 2x = -2,5 \quad | : 2$$

$$\text{I. } x = -1,25$$

$$L = \{(-1,25 \mid -0,5)\}$$

c)

$$\text{I. } 2p - 6q = -12$$

$$\text{II. } 3p - 2q = 11$$

$$\text{I. } 2p - 6q = -12 \quad | -2p$$

$$\text{I. } -6q = -12 - 2p$$

$$\text{II. } 3p - 2q = 11 \quad | -3p$$

$$\text{II. } -2q = 11 - 3p \quad | \cdot 3$$

$$\text{II. } -6q = 33 - 9p$$

$$\text{I.} = \text{II.}$$

$$\text{I.} = \text{II. } -12 - 2p = 33 - 9p \quad | +9p$$

$$\text{I.} = \text{II. } -12 + 7p = 33 \quad | +12$$

$$\text{I.} = \text{II. } 7p = 45 \quad | :7$$

$$\text{I.} = \text{II. } p = \frac{45}{7}$$

$$\text{I. } 2p - 6q = -12$$

$$\text{I. } 2 \cdot \frac{45}{7} - 6q = -12$$

$$\text{I. } \frac{90}{7} - 6q = -12 \quad | -\frac{90}{7}$$

$$\text{I. } -6q = -\frac{174}{7} \quad | :(-6)$$

$$\text{I. } q = \frac{29}{7}$$

$$L = \left\{ \left(\frac{45}{7} \mid \frac{29}{7} \right) \right\}$$

2. Löse das lineare Gleichungssystem mittels des Einsetzungsverfahrens auf.

a)

$$\text{I. } 4x - 7y = 1$$

$$\text{II. } 44x - 21y = 39$$

$$\text{I. } 4x - 7y = 1 \quad | + 7y$$

$$\text{I. } 4x = 1 + 7y \quad | : 4$$

$$\text{I. } x = 0,25 + 1,75y$$

I. in II.

$$\text{I. in II. } 44 \cdot (0,25 + 1,75y) - 21y = 39$$

$$\text{I. in II. } 44 \cdot 0,25 + 44 \cdot 1,75y - 21y = 39$$

$$\text{I. in II. } 11 + 77y - 21y = 39$$

$$\text{I. in II. } 11 + 56y = 39 \quad | - 11$$

$$\text{I. in II. } 56y = 28 \quad | : 56$$

$$\text{I. in II. } y = 0,5$$

$$\text{I. } x = 0,25 + 1,75y$$

$$\text{I. } x = 0,25 + 1,75 \cdot (0,5)$$

$$\text{I. } x = 0,25 + 0,875$$

$$\text{I. } x = 0,25 + 0,875$$

$$\text{I. } x = 1,125$$

$$L = \{(1,125 \mid 0,5)\}$$

b)

$$\text{I. } 3q - p = 11$$

$$\text{II. } 4p + 9q = 19$$

$$\text{I. } 3q - p = 11 \quad | + p$$

$$\text{I. } 3q = 11 + p \quad | - 11$$

$$\text{I. } 3q - 11 = p$$

I. in II.

$$\text{I. in II. } 4 \cdot (3q - 11) + 9q = 19$$

$$\text{I. in II. } 4 \cdot 3q + 4 \cdot (-11) + 9q = 19$$

$$\text{I. in II. } 12q - 44 + 9q = 19$$

$$\text{I. in II. } 21q - 44 = 19 \quad | + 44$$

$$\text{I. in II. } 21q = 63 \quad | : 21$$

$$\text{I. in II. } q = 3$$

$$\text{I. } p = 3q - 11$$

$$\text{I. } p = 3 \cdot 3 - 11$$

$$\text{I. } p = 9 - 11$$

$$\text{I. } p = -2$$

$$L = \{(-2 | 3)\}$$

c)

$$\text{I. } 3x - y = 11$$

$$\text{II. } 19x + 4y = 18$$

$$\text{I. } 3x - y = 11 \quad | + y$$

$$\text{I. } 3x = 11 + y \quad | - 11$$

$$\text{I. } 3x - 11 = y$$

I. in II.

$$\text{I. in II. } 19x + 4(3x - 11) = 18$$

$$\text{I. in II. } 19x + 4(3x - 11) = 18$$

$$\text{I. in II. } 19x + 4(3x + 4(-11)) = 18$$

$$\text{I. in II. } 19x + 4(3x + 4(-11)) = 18$$

$$\text{I. in II. } 19x + 12x - 44 = 18$$

$$\text{I. in II. } 31x - 44 = 18 \quad | + 44$$

$$\text{I. in II. } 31x = 62 \quad | : 31$$

$$\text{I. in II. } x = 2$$

$$\text{I. } y = 3x - 11$$

$$\text{I. } y = 3 \cdot 2 - 11$$

$$\text{I. } y = 6 - 11$$

$$\text{I. } y = -5$$

$$L = \{(2 | -5)\}$$

3. Ermittle die gesuchten Zahlen. Stelle hierfür zwei Gleichungen eines LGS auf und bestimme die Lösungsmenge.

Zieht man eine Zahl von einer anderen ab, so erhält man 98. Wenn man zur ersten Zahl das 4-Fache der zweiten Zahl addiert, so ergibt sich 153.

$$\text{I. } x - y = 98$$

$$\text{II. } x + 4y = 153$$

$$\text{I. } x - y = 98 \quad | + y$$

$$\text{I. } x = 98 + y$$

I. in II.

$$\text{I. in II. } 98 + y + 4y = 153$$

$$\text{I. in II. } 98 + 5y = 153 \quad | - 98$$

$$\text{I. in II. } 5y = 55 \quad | : 5$$

$$\text{I. in II. } y = 11$$

$$\text{I. } x = 98 + y$$

$$\text{I. } x = 98 + 11$$

$$\text{I. } x = 109$$

Die Lösungsmenge ist folgende:

$$L = \{(109 | 11)\}$$

4. Was ist hier sinnvoller? Das LGS mittels Gleichsetzungsverfahren zu lösen oder mittels Einsetzungsverfahren.

a)

$$\text{I. } 2x = 5y - 5$$

$$\text{II. } 3x = 4y - 4$$

Das Gleichsetzungsverfahren. Denn beide Gleichungen lassen sich sehr schnell nach der Variablen x auflösen.

$$\text{I. } 2x = 5y - 5 \quad | : 2$$

$$\text{I. } x = 2,5y - 2,5$$

$$\text{II. } 3x = 4y - 4 \quad | : 3$$

$$\text{II. } x = \frac{4y}{3} - \frac{4}{3}$$

$$\text{I.} = \text{II.}$$

$$\text{I.} = \text{II. } 2,5y - 2,5 = \frac{4y}{3} - \frac{4}{3} \quad | \cdot 3$$

$$\text{I.} = \text{II. } 2,5y \cdot 3 - 2,5 \cdot 3 = 4y - 4$$

$$\text{I.} = \text{II. } 7,5y - 7,5 = 4y - 4 \quad | - 4y$$

$$\text{I.} = \text{II. } 7,5y - 7,5 = 4y - 4 \quad | - 4y$$

$$\text{I.} = \text{II. } 3,5y - 7,5 = -4 \quad | + 7,5$$

$$\text{I.} = \text{II. } 3,5y = 3,5 \quad | : 3,5$$

$$\text{I.} = \text{II. } y = 1$$

$$\text{I. } x = 2,5 \cdot 1 - 2,5$$

$$\text{I. } x = 2,5 - 2,5$$

$$\text{I. } x = 0$$

$$L = \{(0 | 1)\}$$

b)

$$\text{I. } 3x - 7y = 6$$

$$\text{II. } x + 4y = -17$$

Das Einsetzungsverfahren. Denn die zweite Gleichung kann man sehr schnell nach der Variablen x

auflösen.

$$\text{II. } x + 4y = -17 \quad | -4y$$

$$\text{II. } x = -17 - 4y$$

II. in I.

$$\text{II. in I. } 3(-17 - 4y) - 7y = 6$$

$$\text{II. in I. } 3(-17) + 3(-4y) - 7y = 6$$

$$\text{II. in I. } -51 - 12y - 7y = 6$$

$$\text{II. in I. } -51 - 19y = 6 \quad | +51$$

$$\text{II. in I. } -51 - 19y = 6 \quad | +51$$

$$\text{II. in I. } -19y = 57 \quad | :(-19)$$

$$\text{II. in I. } y = -3$$

$$\text{II. } x = -17 - 4(-3)$$

$$\text{II. } x = -17 + 12$$

$$\text{II. } x = -5$$

$$L = \{(-5 | -3)\}$$

c)

$$\text{I. } 0,5x = 0,5y + 2$$

$$\text{II. } 2x = y - 5$$

Einsetzungsverfahren. Denn die zweite Gleichung kann man sehr schnell nach der Variablen x auflösen.

$$\text{II. } 2x = y - 5 \quad | :2$$

$$\text{II. } x = 0,5y - 2,5$$

II. in I.

$$\text{II. in I. } 0,5 (0,5y - 2,5) = 0,5y + 2$$

$$\text{II. in I. } 0,5 \cdot 0,5y + 0,5 \cdot (-2,5) = 0,5y + 2$$

$$\text{II. in I. } 0,25y - 1,25 = 0,5y + 2 \quad | -0,25y$$

$$\text{II. in I. } -1,25 = 0,25y + 2 \quad | -2$$

$$\text{II. in I. } -3,25 = 0,25y \quad | : 0,25$$

$$\text{II. in I. } -13 = y$$

$$\text{II. } x = 0,5 (-13) - 2,5$$

$$\text{II. } x = -6,5 - 2,5$$

$$\text{II. } x = -9$$

$$L = \{(-9 \mid -13)\}$$