Aufgaben zu Logarithmen

1. Ermittle die Lösung für x.

a)

$2^x = 32$

$3^x = 81$

$5^x = 1$

b)

$2^x = \frac{1}{8}$

$3^x = \frac{1}{9}$

$5^x = \frac{1}{125}$

c)

$2^x = \sqrt[3]{8}$

$3^x = \sqrt[3]{9}$

$5^x = \sqrt[5]{25}$

d)

$3^x = \frac{1}{\sqrt[3]{9}}$

$4^x = \frac{1}{\sqrt[5]{64}}$

$2^x = \frac{1}{\sqrt[3]{16}}$

2. Ermittle das Ergebnis des Logarithmus.

a)

$\log_2 1$

$\log_2 1024$

$\log_2 \frac{1}{16}$

$\log_2 \sqrt{2}$

b)

$\log_3 243$

$\log_3 1$

$\log_3 \frac{1}{9}$

$\log_3 \sqrt{3}$

c)

$\log_4 1$

$\log_4 16$

$\log_4 0{,}25$

$\log_4 2$

3. Ermittle, zwischen welchen ganzen Zahlen der Logarithmus sich befindet.

a) $\log_3 2$

b) $\log_2 3$

c) $\log_2 5$

d) $\log_5 36$

4. Bestimme das Ergebnis des Logarithmus.

a) $\log_b b$

b) $\log_2 2^m$

c) $\log_b 1$

d) $\log_3 \sqrt[n]{3}$

e) $\log_b(\frac{1}{b})$

Lösungen

1. Ermittle die Lösung für x.

a)

$2^x = 32$

x = 5, denn: $2^5 = 32$

$3^x = 81$

x = 4, denn $3^4 = 81$

$5^x = 1$

x = 0, denn $5^0 = 1$

b)

$2^x = \frac{1}{8}$

$x = -3, \text{denn } 2^{-3} = \frac{1}{8}$

$3^x = \frac{1}{9}$

$x - 2, \text{denn } 3^{-2} = \frac{1}{9}$

$5^x = \frac{1}{125}$

$x = -3, \text{denn } 5^{-3} = \frac{1}{125}$

c)

$2^x = \sqrt[3]{8}$

$x = 1, \text{denn } 2^1 = 2^{\frac{3}{3}} = (2^3)^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{8}$

$3^x = \sqrt[3]{9}$

$x = \frac{2}{3}, \text{denn } 3^{\frac{2}{3}} = (3^2)^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{9}$

$5^x = \sqrt[5]{25}$

$x = \frac{2}{5}, \text{denn } 5^{\frac{2}{5}} = (5^2)^{\frac{1}{5}} = \sqrt[5]{25}$

d)

$3^x = \frac{1}{\sqrt[3]{9}}$

$x = -\frac{2}{3}, \text{denn } 3^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{3^{\frac{2}{3}}} = \frac{1}{(3^2)^{\frac{1}{3}}} = \frac{1}{\sqrt[3]{9}}$

$4^x = \frac{1}{\sqrt[5]{64}}$

$x = -\frac{3}{5}$, denn $4^{-\frac{3}{5}} = \frac{1}{4^{\frac{3}{5}}} = \frac{1}{\left(4^3\right)^{\frac{1}{5}}} = \frac{1}{\sqrt[5]{64}}$

$2^x = \frac{1}{\sqrt[3]{16}}$

$x = -\frac{4}{3}$, denn $2^{-\frac{4}{3}} = \frac{1}{2^{\frac{4}{3}}} = \frac{1}{\left(2^4\right)^{\frac{1}{3}}} = \frac{1}{\sqrt[3]{16}}$

2. Ermittle das Ergebnis des Logarithmus.

a)

$\log_2 1$

$\log_2 1$ entspricht: $2^x = 1$; $2^0 = 1$; $x = 0$

$\log_2 1024$

$\log_2 1024$ entspricht: $2^x = 1024$; $2^{10} = 1024$; $x = 10$

$\log_2 \frac{1}{16}$

$\log_2 \frac{1}{16}$ entspricht: $2^x = \frac{1}{16}; 2^{-4} = \frac{1}{2^4}; x = -4$

$\log_2 \sqrt{2}$

$\log_2 \sqrt{2}$ entspricht: $2^x = \sqrt{2}; 2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2}; x = \frac{1}{2}$

b)

$\log_3 243$

$\log_3 243$ entspricht: $3^x = 243$; $3^5 = 243$; $x = 5$

$\log_3 1$

$\log_3 1$ entspricht: $3^x = 1$; $3^0 = 1$; $x = 0$

$\log_3 \frac{1}{9}$

$\log_3 \frac{1}{9}$ entspricht: $3^x = \frac{1}{9}; 3^{-2} = \frac{1}{3^2}; x = -2$

$\log_3 \sqrt{3}$

$\log_3 \sqrt{3}$ entspricht: $3^x = \sqrt{3}; 3^{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}; x = \frac{1}{2}$

c)

$\log_4 1$

$\log_4 1$ entspricht: $4^x = 1$; $4^0 = 1$; $x = 0$

$\log_4 16$

$\log_4 16$ entspricht: $4^x = 16$; $4^2 = 16$; $x = 2$

$\log_4 0{,}25$

$\log_4 0{,}25$ entspricht: $4x = 0{,}25$; $4^{-1} = 0{,}25$; $\frac{1}{4} = 0{,}25$

$\log_4 0{,}25$ entspricht: $4^x = 0{,}25$; $4^{-1} = 0{,}25$;

$\log_4 2$

$\log_4 2$ entspricht: $4^x = 2$; $4^{\frac{1}{2}} = 2$; $x = \frac{1}{2}$

3. Ermittle, zwischen welchen ganzen Zahlen der Logarithmus sich befindet.

a)

$\log_3 2$

$\log_3 2$ entspricht: $3^x = 2$; $3^0 = 1$; $3^1 = 3$; $0 < \log_3 2 < 1$

b)

$\log_2 3$

$\log_2 3$ entspricht: $2^x = 3$; $2^1 = 2$; $2^2 = 4$; $1 < \log_2 3 < 2$

c)

$\log_2 5$

$\log_2 5$ entspricht: $2^x = 5$; $2^2 = 4$; $2^3 = 8$; $2 < \log_2 5 < 3$

d)

$\log_5 36$

$\log_5 36$ entspricht: $5^x = 36$; $5^2 = 25$; $5^3 = 125$; $2 < \log_5 36 < 3$

4. Bestimme das Ergebnis des Logarithmus.

a)

$\log_b b$

$\log_b b$ entspricht: $b^x = b$; $b^1 = b$; $x = 1$

b)

$\log_2 2^m$

$\log_2 2^m$ entspricht: $2^x = 2^m$; $2^m = 2^m$; $x = m$

c)

$\log_b 1$

$\log_b 1$ entspricht: $b^x = 1$; $b^0 = 1$; $x = 0$

d)

$\log_3 \sqrt[n]{3}$

$\log_3 \sqrt[n]{3}$ entspricht: $3^x = \sqrt[n]{3}$; $3^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{3}$; $x = \frac{1}{n}$

e)

$\log_b(\frac{1}{b})$

$\log_b(\frac{1}{b})$ entspricht: $b^x = \frac{1}{b}$; $b^{-1} = \frac{1}{b}$; $x = -1$