Aufgaben zu quadratischen Gleichungen

1. Forme folgende Terme mittels binomischer Formel in eine algebraische Summe um.

   a) $(x + 6)^2$

   b) $(x - 9)^2$

   c) $\left(x+\frac{8}{5}\right)^2$

   d) $\left(a-\frac{5}{4}\right)^2$

2. Forme mithilfe der 1. oder der 2. binomischen Formel den Term zu einer binomischen Formel in der unaufgelösten Form um.

   a) $a^2 + 12a + 36$

   b) $a^2 - 5x + 6{,}25$

   c) $x^2 - 7x + 12{,}25$

   d) $x^2-\frac{4}{5}x+\frac{4}{25}$

3. Ermittle die Lösungsmenge. Mache, wenn möglich, die Probe.

   a) $(x-2)^2=\frac{16}{25}$

   b) $(x - 2)^2 = 12$

   c) $(x + 3)^2 = 2$

4. Bei welchen Werten von r liegen bei der Gleichung $(y - 3)^2 = r$ als Lösungsmenge keine oder eine

Lösung oder zwei Lösungen vor?

5. Bestimme für die Gleichung $(x - d)^2 = 3$ bei unterschiedlichen Werten von d die möglichen Lösungen der Lösungsmenge.

Lösungen

1. Forme folgende Terme mittels binomischer Formel in eine algebraische Summe um.

a) $(x + 6)^2$

$(x + 6)^2 = (x)^2 + 2 \cdot x \cdot 6 + (6)^2 = x^2 + 12x + 36$

b) $(x - 9)^2$

$(x - 9)^2 = (x)^2 - 2 \cdot x \cdot 9 + (9)^2 = x^2 - 18x + 81$

c) $\left(x+\frac{8}{5}\right)^2$

$\left(x+\frac{8}{5}\right)^2 = (x)^2 + 2 \cdot x \cdot \frac{8}{5} + \left(\frac{8}{5}\right)^2 = x^2 + \frac{16}{5}x + \frac{64}{25}$

d) $\left(a-\frac{5}{4}\right)^2$

$\left(a-\frac{5}{4}\right)^2 = (a)^2 - 2 \cdot a \cdot \frac{5}{4} + \left(\frac{5}{4}\right)^2 = a^2 - \frac{10}{4}a + \frac{25}{16} = a^2 - \frac{5}{2}a + \frac{25}{16}$

2. Forme mithilfe der 1. oder der 2. binomischen Formel den Term zu einer binomischen Formel in der unaufgelösten Form um.

a) $a^2 + 12a + 36$

$a^2 + 12a + 36 = (a + 6)^2$

b) $a^2 - 5x + 6{,}25$

$a^2 - 5x + 6{,}25 = (a - 2{,}5)^2$

c) $x^2 - 7x + 12{,}25$

$x^2 - 7x + 12{,}25 = (x - 3{,}5)^2$

d) $x^2 - \frac{4}{5}x + \frac{4}{25}$

$x^2 - \frac{4}{5}x + \frac{4}{25} = (x - \frac{2}{5})^2$

3. Ermittle die Lösungsmenge. Mache, wenn möglich, die Probe.

a) $(x-2)^2 = \frac{16}{25}$

$(x-2)^2 = \frac{16}{25} \quad |\sqrt{}$

$x - 2 = \pm\frac{4}{5} \quad |+2$

$x = \pm\frac{4}{5} + 2$

$x_1 = -\frac{4}{5} + 2 = \frac{6}{5}$

$x_2 = \frac{4}{5} + 2 = \frac{14}{5}$

Probe:

$x_1 = \frac{6}{5}$

$(\frac{6}{5} - 2)^2 = \frac{16}{25}$

$(-\frac{4}{5})^2 = \frac{16}{25}$

$\frac{16}{25} = \frac{16}{25}$

$x_2 = \frac{14}{5}$

$(\frac{14}{5} - 2)^2 = \frac{16}{25}$

$(\frac{4}{5})^2 = \frac{16}{25}$

$\frac{16}{25} = \frac{16}{25}$

$L = \{\frac{6}{5}; \frac{14}{5}\}$

b) $(x - 2)^2 = 12$

$(x - 2)^2 = 12 \quad | \sqrt{}$

$x - 2 = \pm\sqrt{12} \quad | + 2$

$x = \pm\sqrt{12} + 2$

$x_1 = -\sqrt{12} + 2$

$x_2 = \sqrt{12} + 2$

Probe:

$x_1 = -\sqrt{12} + 2$

$(-\sqrt{12} + 2 - 2)^2 = 12$

$(-\sqrt{12})^2 = 12$

$12 = 12$

$x_2 = \sqrt{12} + 2$

$(\sqrt{12} + 2 - 2)^2 = 12$

$(\sqrt{12})^2 = 12$

$12 = 12$

$L = \{-\sqrt{12} + 2 ; \sqrt{12} + 2\}$

c) $(x + 3)^2 = 2$

$(x + 3)^2 = 2 \quad | \sqrt{}$

$x + 3 = \pm\sqrt{2} \quad | -3$

$x_1 = -\sqrt{2} - 3$

$x_2 = \sqrt{2} - 3$

Probe:

$x_1 = -\sqrt{2} - 3$

$(-\sqrt{2} - 3 + 3)^2 = 2$

$(-\sqrt{2})^2 = 2$

$2 = 2$

$x_2 = \sqrt{2} - 3$

$(\sqrt{2} - 3 + 3)^2 = 2$

$(\sqrt{2})^2 = 2$

$2 = 2$

$L = \{-\sqrt{2} - 3 ; \sqrt{2} - 3\}$

4. Bei welchen Werten von r liegen bei der Gleichung $(y - 3)^2 = r$ als Lösungsmenge keine oder eine Lösung oder zwei Lösungen vor?

$r < 0$

$(y - 3)^2 = -r \quad | \sqrt{}$

$(y - 3) =$ nicht definiert in $\mathbb{Q}$

$L = \emptyset$

$r = 0$

$(y - 3)^2 = 0 \quad | \sqrt{}$

$y - 3 = 0 \quad | +3$

$y = 3$

$L = \{3\}$

$r > 0$

$(y - 3)^2 = r \quad | \sqrt{}$

$y - 3 = \pm\sqrt{r} \qquad |+3$

$y = \pm\sqrt{r} + 3$

$y_1 = -\sqrt{r} + 3$

$y_2 = \sqrt{r} + 3$

$L = -\sqrt{r} + 3 ; \{\sqrt{r} + 3\}$

5. Bestimme für die Gleichung (x – d)² = 3 bei unterschiedlichen Werten von d die möglichen Lösungen der Lösungsmenge.

$(x - d)^2 = 3 \qquad | \sqrt{}$

$x - d = \pm\sqrt{3} \qquad |+d$

$x = \pm\sqrt{3} + d$

$x_1 = -\sqrt{3} + d$

$x_2 = \sqrt{3} + d$

$d < 0$

$x_1 = -\sqrt{3} - d$

$x_2 = \sqrt{3} - d$

$d = 0$

$x_1 = -\sqrt{3}$

$x_2 = \sqrt{3}$

$d > 0$

$x_1 = -\sqrt{3} + d$

$x_2 = \sqrt{3} + d$

$L = -\sqrt{3} + d; \sqrt{3} + d$