

Aufgaben zu Bruchtermen

1. Berechne den Wert des Bruchterms für alle aufgelisteten Zahlen. Ermittle auch die Definitionsmenge.

a) $\frac{12}{(x-7)}$; die Werte für x sind 10; 9; 8; 7; 6; 5; 3,5

b) $\frac{8x}{(2x-6)}$; die Werte für x sind -1; 0; 1; 2; 3; 4; 5,5

c) $\frac{x \cdot (x+1)}{(x-1)}$; die Werte für x sind 2; 1; 0; -1; -2; -3; 4; 2,5

d) $\frac{a+6}{(a-8)}$; die Werte für a sind -1; 0; 1; 2; 3; 4

2. Gib an, für welche x der Bruchterm nicht definiert ist. Bestimme die Definitionsmenge.

a) $\frac{10x+6}{(3x+15)}$

b) $\frac{4a}{12-3 \cdot (a+2)}$

c) $\frac{18}{16+8 \cdot (x-5)}$

d) $\frac{4a}{-a-(3-a)+5}$

3. Kürze den Bruchterm so weit wie möglich.

a) $\frac{18xy}{99x}$ (für $x \neq 0$)

b) $\frac{26ab}{39a}$ (für $a \neq 0$)

$$c) \frac{8yb}{80bx} \quad (\text{für } b \neq 0; x \neq 0)$$

$$d) \frac{24pq}{30qs} \quad (\text{für } q \neq 0; s \neq 0)$$

$$e) \frac{26x^2y}{78x^3} \quad (\text{für } x \neq 0)$$

$$f) \frac{19abc}{57a^2b} \quad (\text{für } a \neq 0; b \neq 0)$$

4. Kürze den Bruchterm. Forme den Term aber vorher durch Anwendung einer binomischen Formel um.

$$a) \frac{a^2 - 2ab + b^2}{a-b} \quad (\text{für } a \neq b)$$

$$b) \frac{x^2 - 10x + 25}{x-5} \quad (\text{für } x \neq 5)$$

$$c) \frac{x^2 - y^2}{(x+y)^2} \quad (\text{für } x \neq -y \text{ oder } y \neq -x)$$

$$d) \frac{4a^2 - 9b^2}{4a^2 + 12ab + 9b^2} \quad \text{für } a \neq -1,5b \text{ oder } b \neq \frac{2}{3}a$$

Lösungen

1. Berechne den Wert des Bruchterms für alle aufgelisteten Zahlen. Ermittle auch die Definitionsmenge.

a) $\frac{12}{(x-7)}$; die Werte für x sind 10; 9; 8; 7; 6; 5; 3,5

x = 10:

$$\frac{12}{(10-7)} = \frac{12}{3} = 4$$

x = 9:

$$\frac{12}{(9-7)} = \frac{12}{2} = 6$$

x = 8:

$$\frac{12}{(8-7)} = \frac{12}{1} = 12$$

x = 7:

$$\frac{12}{(7-7)} = \frac{12}{0} = \text{nicht definiert in } \mathbb{Q}$$

x = 6:

$$\frac{12}{(6-7)} = \frac{12}{-1} = -12$$

x = 5:

$$\frac{12}{(5-7)} = \frac{12}{-2} = -6$$

x = 3,5:

$$\frac{12}{(3,5-7)} = \frac{12}{-3,5} = -\frac{24}{7}$$

Definitionsmenge:

$$x - 7 = 0 \quad | + 7$$

$$x = 7$$

$$D = \mathbb{Q} \setminus \{7\}$$

b) $\frac{8x}{(2x-6)}$; die Werte für x sind -1; 0; 1; 2; 3; 4; 5,5

$$x = -1:$$

$$\frac{8 \cdot (-1)}{(2 \cdot (-1) - 6)} = \frac{-8}{(-2 - 6)} = \frac{-8}{-8} = 1$$

$$x = 0:$$

$$\frac{8 \cdot 0}{(2 \cdot 0 - 6)} = \frac{0}{-6} = 0$$

$$x = 1:$$

$$\frac{8 \cdot 1}{(2 \cdot 1 - 6)} = \frac{8}{2 - 6} = \frac{8}{-4} = -2$$

$$x = 2:$$

$$\frac{8 \cdot 2}{(2 \cdot 2 - 6)} = \frac{16}{4 - 6} = \frac{16}{-2} = -8$$

$$x = 3:$$

$$\frac{8 \cdot 3}{(2 \cdot 3 - 6)} = \frac{24}{6 - 6} = \frac{24}{0} = \text{nicht definiert in } \mathbb{Q}$$

$$x = 4:$$

$$\frac{8 \cdot 4}{(2 \cdot 4 - 6)} = \frac{32}{8 - 6} = \frac{32}{2} = 16$$

$$x = 5,5:$$

$$\frac{8 \cdot 5,5}{(2 \cdot 5,5 - 6)} = \frac{44}{11 - 6} = \frac{44}{5} = 8,8$$

Definitionsmenge:

$$2x - 6 = 0 \quad | + 6$$

$$2x = 6 \quad | : 2$$

$$x = 3$$

$$D = \mathbb{Q} \setminus \{3\}$$

c) $\frac{x \cdot (x+1)}{(x-1)}$; die Werte für x sind 2; 1; 0; -1; -2; -3; 4; 2,5

x = 2:

$$\frac{2 \cdot (2+1)}{(2-1)} = \frac{2 \cdot 3}{1} = \frac{6}{1} = 6$$

x = 1:

$$\frac{1 \cdot (1+1)}{(1-1)} = \frac{1 \cdot 2}{0} = \text{nicht definiert in } \mathbb{Q}$$

x = 0:

$$\frac{0 \cdot (0+1)}{(0-1)} = \frac{0 \cdot 1}{-1} = \frac{0}{-1} = 0$$

x = -1:

$$\frac{-1 \cdot (-1+1)}{(-1-1)} = \frac{-1 \cdot 0}{-2} = \frac{0}{-2} = 0$$

x = -2:

$$\frac{-2 \cdot (-2+1)}{(-2-1)} = \frac{-2 \cdot (-1)}{-3} = \frac{2}{-3} = -\frac{2}{3}$$

x = -3:

$$\frac{-3 \cdot (-3+1)}{(-3-1)} = \frac{-3 \cdot (-2)}{-4} = \frac{6}{-4} = -\frac{3}{2}$$

x = 4:

$$\frac{4 \cdot (4+1)}{(4-1)} = \frac{4 \cdot 5}{3} = \frac{20}{3}$$

x = 2,5:

$$\frac{2,5 \cdot (2,5+1)}{(2,5-1)} = \frac{2,5 \cdot 3,5}{1,5} = \frac{8,75}{1,5} = \frac{35}{6}$$

Definitionsmenge:

$$x - 1 = 0 \quad | + 1$$

$$x = 1$$

$$D = \mathbb{Q} \setminus \{1\}$$

d) $\frac{a+6}{(a-8)}$; die Werte für a sind -1; 0; 1; 2; 3; 4

a = -1:

$$\frac{-1+6}{(-1-8)} = \frac{5}{-9} = -\frac{5}{9}$$

a = 0:

$$\frac{0+6}{(0-8)} = \frac{6}{-8} = -\frac{3}{4}$$

a = 1:

$$\frac{1+6}{(1-8)} = \frac{7}{-7} = -1$$

a = 2:

$$\frac{2+6}{(2-8)} = \frac{8}{-6} = -\frac{4}{3}$$

a = 3:

$$\frac{3+6}{(3-8)} = \frac{9}{-5} = -\frac{9}{5}$$

a = 4:

$$\frac{4+6}{(4-8)} = \frac{10}{-4} = -\frac{5}{2}$$

Definitionsmenge:

$$a - 8 = 0 \quad | + 8$$

$$a = 8$$

$$D = \mathbb{Q} \setminus \{8\}$$

2. Gib an, für welche x der Bruchterm nicht definiert ist. Bestimme die Definitionsmenge.

a) $\frac{10x+6}{(3x+15)}$

Definitionsmenge:

$$3x + 15 = 0 \quad | -15$$

$$3x = -15 \quad | :3$$

$$x = -5$$

$$D = \mathbb{Q} \setminus \{-5\}$$

$$\text{b) } \frac{4a}{12 - 3 \cdot (a + 2)}$$

Definitionsmenge:

$$12 - 3 \cdot (a + 2) = 0$$

$$12 - 3a - 6 = 0$$

$$6 - 3a = 0 \quad | +3a$$

$$6 = 3a \quad | :3$$

$$a = 2$$

$$D = \mathbb{Q} \setminus \{2\}$$

$$\text{c) } \frac{18}{16 + 8 \cdot (x - 5)}$$

Definitionsmenge:

$$16 + 8 \cdot (x - 5) = 0$$

$$16 + 8x - 40 = 0$$

$$8x - 24 = 0 \quad | +24$$

$$8x = 24 \quad | :8$$

$$x = 3$$

$$D = \mathbb{Q} \setminus \{3\}$$

$$d) \frac{4a}{-a - (3 - a) + 5}$$

$$-a - (3 - a) + 5 = 0$$

$$-a - 3 + a + 5 = 0$$

$$2 = 0$$

$$D = \mathbb{Q}$$

3. Kürze den Bruchterm so weit wie möglich.

$$a) \frac{18xy}{99x} \quad (\text{für } x \neq 0)$$

$$\frac{18xy}{99x} = \frac{2y}{11}$$

$$b) \frac{26ab}{39a} \quad (\text{für } a \neq 0)$$

$$\frac{26ab}{39a} = \frac{2b}{3}$$

$$c) \frac{8yb}{80bx} \quad (\text{für } b \neq 0; x \neq 0)$$

$$\frac{8yb}{80bx} = \frac{y}{10x}$$

$$d) \frac{24pq}{30qs} \quad (\text{für } q \neq 0; s \neq 0)$$

$$\frac{24pq}{30qs} = \frac{4p}{5s}$$

$$e) \frac{26x^2y}{78x^3} \quad (\text{für } x \neq 0)$$

$$\frac{26x^2y}{78x^3} = \frac{1y}{3x}$$

$$f) \frac{19abc}{57a^2b} \quad (\text{für } a \neq 0; b \neq 0)$$

$$\frac{19abc}{57a^2b} = \frac{1c}{3a}$$

4. Kürze den Bruchterm. Forme den Term aber vorher durch Anwendung einer binomischen Formel um.

$$a) \frac{a^2 - 2ab + b^2}{a-b} \quad (\text{für } a \neq b)$$

$$\frac{a^2 - 2ab + b^2}{a-b} = \frac{(a-b)^2}{a-b} = a-b$$

$$b) \frac{x^2 - 10x + 25}{x-5} \quad (\text{für } x \neq 5)$$

$$\frac{x^2 - 10x + 25}{x-5} = \frac{(x-5)^2}{x-5} = x-5$$

$$c) \frac{x^2 - y^2}{(x+y)^2} \quad (\text{für } x \neq -y \text{ oder } y \neq -x)$$

$$\frac{x^2 - y^2}{(x+y)^2} = \frac{(x+y)(x-y)}{(x+y)^2} = \frac{x-y}{x+y}$$

$$d) \frac{4a^2 - 9b^2}{4a^2 + 12ab + 9b^2} \quad \text{für } a \neq -1,5b \text{ oder } b \neq \frac{2}{3}a$$

$$\frac{4a^2 - 9b^2}{4a^2 + 12ab + 9b^2} = \frac{(2a+3b) \cdot (2a-3b)}{(2a+3b)^2} = \frac{2a-3b}{2a+3b}$$