

Aufgaben zu Bruchtermen

1. Bestimme bei folgendem Bruchterm $\frac{x}{(x+4) \cdot (x-2)}$ die Werte bei $x = -4$; $x = 0$, $x = 2,5$; $x = 3$; $x = 7$. Begründe, warum der Bruchterm bei $x = 2$ und $x = -4$ nicht definiert ist, bei $x = 0$ aber sehr wohl.

2. Berechne bei diesem Bruchterm $\frac{x+2}{x^2+1}$ die Werte bei $x = -3$; $x = -2,5$; $x = 0$; $x = 4,5$; $x = 5$.

Lege dar, warum es hier keine Einschränkung im Definitionsbereich gibt.

3. Gib eine Bedingung an, wann der Bruchterm jeweils nicht definiert ist.

a) $\frac{5}{5-x} + \frac{x}{2-x}$

b) $\frac{4x+1}{2x} \cdot \frac{x}{x+x}$

c) $\frac{y}{x} + \frac{x}{x-y}$

d) $\frac{x-1}{x^2-1} \cdot \frac{3x}{1+x}$

4. Berechne den Wert des Terms. Gib ebenso eine Bedingung an, wann der Term nicht definiert ist.

a) $\frac{x}{x+y}$

für $x = -4$ und $y = -2,5$

für $x = -1$ und $y = 1,5$

für $x = 2$ und $y = -3$

b) $\frac{3y-1}{(y+2) \cdot (x-1)}$

für $x = -2$ und $y = 2$

für $x = 2,5$ und $y = 0,5$

Lösungen

1. Bestimme bei folgendem Bruchterm $\frac{x}{(x+4) \cdot (x-2)}$ die Werte bei $x = -4$; $x = 0$, $x = 2,5$; $x = 3$; $x = 7$. Begründe, warum der Bruchterm bei $x = 2$ und $x = -4$ nicht definiert ist, bei $x = 0$ aber sehr wohl.

$$x = -4$$

$$\frac{(-4)}{(-4+4) \cdot (-4-2)} = \frac{(-4)}{0 \cdot (-6)} = \frac{(-4)}{0} = \text{nicht definiert in } \mathbb{Q}$$

$$x = 0$$

$$\frac{0}{(0+4) \cdot (0-2)} = \frac{0}{4 \cdot (-2)} = \frac{0}{-8} = 0$$

$$x = 2,5$$

$$\frac{2,5}{(2,5+4) \cdot (2,5-2)} = \frac{2,5}{6,5 \cdot 0,5} = \frac{2,5}{3,25} = \frac{250}{325} = \frac{10}{13}$$

$$x = 3$$

$$\frac{3}{(3+4) \cdot (3-2)} = \frac{3}{7 \cdot 1} = \frac{3}{7}$$

$$x = 7$$

$$\frac{7}{(7+4) \cdot (7-2)} = \frac{7}{11 \cdot 5} = \frac{7}{55}$$

$$x = -4$$

$$\frac{(-4)}{(-4+4) \cdot (-4-2)} = \frac{(-4)}{0 \cdot (-6)} = \frac{(-4)}{0} = \text{nicht definiert in } \mathbb{Q}$$

$$x = 2$$

$$\frac{2}{(2+4) \cdot (2-2)} = \frac{2}{6 \cdot 0} = \frac{2}{0} = \text{nicht definiert in } \mathbb{Q}$$

Bei $x = -4$ und $x = 2$ ist der Bruchterm nicht in $\mathbb{Q}$ definiert, da der Nenner hierbei null wird.

$$x = 0$$

$$\frac{0}{(0+4) \cdot (0-2)} = \frac{0}{4 \cdot (-2)} = \frac{0}{-8} = 0$$

Bei $x = 0$ wird hingegen der Zähler null, dadurch ergibt sich als Ergebnis der Wert 0, da der Bruchterm hier definiert ist.

2. Berechne bei diesem Bruchterm $\frac{x+2}{x^2+1}$ die Werte bei $x = -3$; $x = -2,5$; $x = 0$; $x = 4,5$; $x = 5$.

Lege dar, warum es hier keine Einschränkung im Definitionsbereich gibt.

$$x = -3$$

$$\frac{-3+2}{(-3)^2+1} = \frac{-1}{9+1} = -\frac{1}{10}$$

$$x = -2,5$$

$$\frac{-2,5+2}{(-2,5)^2+1} = \frac{-0,5}{7,25} = -\frac{50}{725} = -\frac{2}{29}$$

$$x = 0$$

$$\frac{0+2}{0^2+1} = \frac{2}{1} = 2$$

$$x = 4,5$$

$$\frac{4,5+2}{4,5^2+1} = \frac{6,5}{20,25+1} = \frac{6,5}{21,25} = \frac{650}{2125} = \frac{26}{85}$$

$$x = 5$$

$$\frac{5+2}{5^2+1} = \frac{7}{25+1} = \frac{7}{26}$$

$$x^2 + 1 = 0 \quad | -1$$

$$x^2 = -1 \quad | \sqrt{}$$

x = nicht definiert in $\mathbb{Q}$

Der Nenner kann niemals null werden. Daher gibt es keine Einschränkung im Definitionsbereich.

3. Gib eine Bedingung an, wann der Bruchterm jeweils nicht definiert ist.

$$\text{a) } \frac{5}{5-x} + \frac{x}{2-x}$$

$$5 - x = 0 \quad | + x$$

$$5 = x$$

$$2 - x = 0 \quad | + x$$

$$2 = x$$

$$D = \{x \in \mathbb{Q} \mid x \neq 2; x \neq 5\}$$

$$\text{b) } \frac{4x+1}{2x} \cdot \frac{x}{x+x}$$

$$2x = 0 \quad | : 2$$

$$x = 0$$

$$D = \{x \in \mathbb{Q} \mid x \neq 0\}$$

$$\text{c) } \frac{y}{x} + \frac{x}{x-y}$$

$$x = 0$$

$$x - y = 0 \quad | + y$$

$$x = y$$

$$D = \{x \in \mathbb{Q} \mid x \neq 0; x \neq y\}$$

$$\text{d) } \frac{x-1}{x^2-1} \cdot \frac{3x}{1+x}$$

$$x^2 - 1 = 0 \quad | + 1$$

$$x^2 = 1 \quad | \sqrt{}$$

$$x = \pm 1$$

$$1 + x = 0 \quad | -1$$

$$x = -1$$

$$D = \{x \in \mathbb{Q} \mid x \neq -1; x \neq 1\}$$

4. Berechne den Wert des Terms. Gib ebenso eine Bedingung an, wann der Term nicht definiert ist.

$$a) \frac{x}{x+y}$$

$$\text{für } x = -4 \text{ und } y = -2,5$$

$$\text{für } x = -1 \text{ und } y = 1,5$$

$$\text{für } x = 2 \text{ und } y = -3$$

$$b) \frac{3y-1}{(y+2) \cdot (x-1)}$$

$$\text{für } x = -2 \text{ und } y = 2$$

$$\text{für } x = 2,5 \text{ und } y = 0,5$$

$$a) \frac{x}{x+y}$$

$$x = -4; y = -2,5$$

$$\frac{-4}{-4-2,5} = \frac{-4}{-6,5} = \frac{40}{65} = \frac{8}{13}$$

$$x = -1; y = 1,5$$

$$\frac{-1}{-1+1,5} = \frac{-1}{0,5} = -\frac{10}{5} = -2$$

$$x = 2, y = -3$$

$$\frac{2}{2-3} = \frac{2}{-1} = -2$$

$$x + y = 0 \quad | -y$$

$$x = -y$$

$$D = \{x \in \mathbb{Q} \mid x \neq -y\}$$

$$b) \frac{3y-1}{(y+2) \cdot (x-1)}$$

$$x = -2; y = 2$$

$$\frac{3 \cdot 2 - 1}{(2+2) \cdot (-2-1)} = \frac{6-1}{4 \cdot (-3)} = \frac{5}{-12} = -\frac{5}{12}$$

$$x = 2,5; y = 0,5$$

$$\frac{3 \cdot 0,5 - 1}{(0,5+2) \cdot (2,5-1)} = \frac{1,5-1}{2,5 \cdot 1,5} = \frac{0,5}{3,75} = -\frac{50}{375} = \frac{2}{15}$$

$$y + 2 = 0 \quad | -2$$

$$y = -2$$

$$x - 1 = 0 \quad | +1$$

$$x = 1$$

$$D = \{x \in \mathbb{Q} \mid x \neq 1; y \neq -2\}$$