Aufgaben zu Bruchtermen

1. Ermittle verschiedene Werte des Bruchterms und dessen Definitionsmenge.

Folgende Bruchterme sind gegeben:

$$\frac{8}{x-2} \quad \text{und} \quad \frac{x+4}{x\cdot(x+1)}$$

Bei jedem Bruchterm sollen für x diese Zahlen eingesetzt werden: 3; 2; 1,5; 1; 0; –1; –2. Ermittle, so weit es möglich ist, den jeweiligen Term-Wert.

Gib auch an, für welchen x-Wert beide Terme nicht definiert sind bzw. für welche x die Terme definiert.

2. Gib an, für welche x der Term jeweils nicht definiert ist.

a) $\frac{2x}{4\cdot(x+7)-6}$

b) $\frac{6x+2}{6(x-9)+6}$

c) $\frac{7x+8}{5\cdot(3x-9)+50}$

d) $\frac{6x^2+8}{x\cdot(3x+2)-3x^2+8}$

e) $\frac{7x-4}{2x+6x^2-2x\cdot(4+3x)+6}$

f) $\frac{-24x+8+16x^2}{4x\cdot(9x-2)+3\cdot(48-12x^2)}$

3. Der Bruchterm $\frac{x+y}{x-y}$ ist gegeben. Welche Bedingung muss für x und y gelten, damit der Bruchterm definiert ist?

4. Lege dar, warum bei folgenden Bruchtermen als Definitionsmenge gilt: x $\in \mathbb{Q}$.

a) $\frac{4}{x^2+1}$

b) $\frac{2}{4+x^2}$

c) $\frac{x+2}{2(x+1)-2x}$

d) $\frac{4x-2}{1+x^4}$

Lösungen

1. Ermittle verschiedene Werte des Bruchterms und dessen Definitionsmenge.

Folgende Bruchterme sind gegeben:

$$\frac{8}{x-2} \quad \text{und} \quad \frac{x+4}{x\cdot(x+1)}$$

Bei jedem Bruchterm sollen für x diese Zahlen eingesetzt werden: 3; 2; 1,5; 1; 0; –1; –2. Ermittle, so weit es möglich ist, den jeweiligen Term-Wert.

Gib auch an, für welchen x-Wert beide Terme nicht definiert sind bzw. für welche x die Terme definiert.

$$\frac{8}{x-2}$$

$x - 2 = 0 \qquad \left| + 2 \right.$

$x = 2$

$D = \mathbb{Q} \setminus \{2\}$

$x = 3$

$$\frac{8}{3-2} = \frac{8}{1} = 8$$

$x = 2$

Nicht definiert. Siehe Definitionsmenge

$x = 1{,}5$

$$\frac{8}{1{,}5-2} = \frac{8}{-0{,}5} = -16$$

$x = 1$

$$\frac{8}{1-2}=\frac{8}{-1}=-8$$

$x = 0$

$$\frac{8}{0-2}=\frac{8}{-2}=-4$$

$x = -1$

$$\frac{8}{-1-2}=\frac{8}{-3}=-\frac{8}{3}$$

$x = -2$

$$\frac{8}{-2-2}=\frac{8}{-4}=-2$$

$$\frac{x+4}{x\cdot(x+1)}$$

$x \cdot (x + 1) = 0$

$x = 0$

$x + 1 = 0 \quad | -1$

$x = -1$

$D = \mathbb{Q} \setminus \{-1; 0\}$

$x = 3$

$$\frac{3+4}{3\cdot(3+1)}=\frac{7}{3\cdot4}=\frac{7}{12}$$

$x = 2$

$$\frac{2+4}{2\cdot(2+1)}=\frac{6}{2\cdot 3}=\frac{6}{6}=1$$

x = 1,5

$$\frac{1{,}5+4}{1{,}5\cdot(1{,}5+1)}=\frac{5{,}5}{1{,}5\cdot 2{,}5}=\frac{5{,}5}{3{,}75}=\frac{550}{375}=\frac{22}{15}$$

x = 1

$$\frac{1+4}{1\cdot(1+1)}=\frac{5}{1\cdot 2}=\frac{5}{2}$$

x = 0

nicht definiert. Siehe Definitionsmenge.

x = –1

nicht definiert. Siehe Definitionsmenge.

x = –2

$$\frac{-2+4}{-2\cdot(-2+1)}=\frac{2}{(-2)\cdot(-1)}=\frac{2}{2}=1$$

2. Gib an, für welche x der Term jeweils nicht definiert ist.

a) $\frac{2x}{4\cdot(x+7)-6}$

$4 \cdot (x + 7) – 6 = 0$

$4x + 28 – 6 = 0$

$4x + 22 = 0 \quad | – 22$

$4x = –22 \quad | : 4$

$x = -5{,}5$

$D = \mathbb{Q} \setminus \{-5{,}5\}$

b) $\frac{6x+2}{6(x-9)+6}$

$6(x - 9) + 6 = 0$

$6x - 54 + 6 = 0$

$6x - 48 = 0 \quad | + 48$

$6x = 48 \quad | : 6$

$x = 8$

$D = \mathbb{Q} \setminus \{8\}$

c) $\frac{7x+8}{5 \cdot (3x-9)+50}$

$5 \cdot (3x - 9) + 50 = 0$

$15x - 45 + 50 = 0$

$15x + 5 = 0 \quad | - 5$

$15x = -5 \quad | : 15$

$x = -\frac{5}{15} = -\frac{1}{3}$

$D = \mathbb{Q} \setminus \{-\frac{1}{3}\}$

d) $\frac{6x^2+8}{x \cdot (3x+2)-3x^2+8}$

$x \cdot (3x + 2) - 3x^2 + 8 = 0$

$3x^2 + 2x - 3x^2 + 8 = 0$

$2x + 8 = 0 \quad | - 8$

$2x = -8 \quad | : 2$

$x = -4$

$D = \mathbb{Q} \setminus \{-4\}$

e) $\frac{7x-4}{2x+6x^2-2x\cdot(4+3x)+6}$

$2x + 6x^2 - 2x \cdot (4 + 3x) + 6 = 0$

$2x + 6x^2 - 8x - 6x^2 + 6 = 0$

$-6x + 6 = 0 \quad | - 6$

$-6x = -6 \quad | : (-6)$

$x = 1$

$D = \mathbb{Q} \setminus \{1\}$

f) $\frac{-24x+8+16x^2}{4x\cdot(9x-2)+3\cdot(48-12x^2)}$

$4x \cdot (9x - 2) + 3 \cdot (48 - 12x2) = 0$

$36x^2 - 8x + 144 - 36x^2 = 0$

$- 8x + 144 = 0 \quad | - 144$

$- 8x = -144 \quad | : (-8)$

$x = 18$

$D = \mathbb{Q} \setminus \{18\}$

3. Der Bruchterm $\frac{x+y}{x-y}$ ist gegeben. Welche Bedingung muss für x und y gelten, damit der Bruchterm definiert ist?

$x - y = 0 \quad | + y$

$x = y$

$D = \mathbb{Q} \setminus \{x \neq y\}$

4. Lege dar, warum bei folgenden Bruchtermen als Definitionsmenge gilt: $x \in \mathbb{Q}$.

a) $\frac{4}{x^2+1}$

$x^2 + 1 = 0 \quad | -1$

$x^2 = -1 \quad | \sqrt{}$

x = nicht definiert in $\mathbb{Q}$

$D = \mathbb{Q}$

b) $\frac{2}{4+x^2}$

$4 + x^2 = 0 \quad | -4$

$x^2 = -4 \quad | \sqrt{}$

x = nicht definiert in $\mathbb{Q}$

$D = \mathbb{Q}$

c) $\frac{x+2}{2(x+1)-2x}$

$2(x + 1) - 2x = 0$

$2x + 2 - 2x = 0$

$2 = 0$

$D = \mathbb{Q}$

d) $\frac{4x-2}{1+x^4}$

$1 + x^4 = 0 \quad | -1$

$x^4 = -1 \quad | \sqrt[4]{\ }$

x = nicht definiert in $\mathbb{Q}$

D = $\mathbb{Q}$