

Aufgaben zur Wahrscheinlichkeitsrechnung

1. Wie ist die Wahrscheinlichkeit bei Polyedern als Spielwürfeln?

In einem Spielwarengeschäft kann man als Spielwürfel viele verschiedene reguläre Polyeder kaufen. Welche Wahrscheinlichkeiten treten bei den einzelnen Ergebnissen der Polyeder jeweils auf?

2. Berechne die Wahrscheinlichkeit bei einem Skat-Blatt.

Ein Skat-Blatt besteht aus 32 Karten mit jeweils vier verschiedenen Farben (Kreuz, Pik, Herz, Karo) und 8 verschiedenen Werten (7, 8, 9, 10, Bube, Dame, König, Ass). Hieraus wird eine Karte zufällig gezogen. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein bestimmtes Ereignis eintritt?

Die Karte, die gezogen wurde, ist:

- a) eine Kreuz-Karte
- b) hat eine Zahl
- c) ist eine rote Karte
- d) ist ein schwarzer Bube

3. Gib jeweils die Ergebnismenge und die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses bei gezogenen Kugeln an.

In einem Behälter befinden sich 50 Kugeln, die alle gleich groß sind. Hieraus wird eine Kugel zufällig gezogen. Die Kugeln selbst sind nummeriert, und zwar mit den Zahlen 1, 2, 3, 4, ..., 50.

Sechs verschiedene Ereignisse ($E_1, E_2, E_3, \dots, E_6$) sollen nun betrachtet werden und hierzu jeweils die Ergebnismenge angegeben werden und das Eintreten deren Wahrscheinlichkeit.

E_1 : Die gezogene Kugel hat als Nummer eine ungerade Zahl.

E_2 : Die gezogene Kugel hat als Nummer eine Primzahl.

E_3 : Die gezogene Kugel hat eine Nummer, die durch 9 teilbar ist.

E_4 : Die gezogene Kugel hat als Nummer eine zweistellige Zahl.

E_5 : Die gezogene Kugel hat eine Nummer, die durch 5 teilbar ist.

E_6 : Die gezogene Kugel hat eine Nummer, die kleiner als 32 ist.

4. Gib die Wahrscheinlichkeit zu in Deutschland lebenden Altersgruppen an.

In Deutschland leben 17,5 Millionen Menschen, die unter 21 Jahre alt sind, und 40,3 Millionen Menschen, die unter 40 Jahre alt sind. 40,5 Millionen Bundesbürger sind 40 Jahre oder älter als 40 Jahre. Mindestens 19,4 Millionen Menschen sind hiervon 60 Jahre alt. Von allen Menschen wird zufällig eine Person ausgewählt.

Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine Person mindestens 21 Jahre alt ist und unter 60 Jahren ist?

Lösungen

1. Wie ist die Wahrscheinlichkeit bei Polyedern als Spielwürfeln?

In einem Spielwarengeschäft kann man als Spielwürfel viele verschiedene reguläre Polyeder kaufen. Welche Wahrscheinlichkeiten treten bei den einzelnen Ergebnissen der Polyeder jeweils auf?

Die Wahrscheinlichkeit bei einem beliebigen Polyeder ist folgende:

$$P(\text{eine bestimmte Fläche}) = \frac{1}{\text{Anzahl der Flächen}}$$

Tetraeder: vier Flächen:

$$P = \frac{1}{4} = 0,25 = 25\%$$

Hexaeder: sechs Flächen:

$$P = \frac{1}{6} = 0,1\bar{6} \approx 16,7\%$$

Oktaeder: acht Flächen:

$$P = \frac{1}{8} = 0,125 = 12,5\%$$

Dodekaeder: zwölf Flächen

$$P = \frac{1}{12} = 0,8\bar{3} \approx 8,3\%$$

Ikosaeder: zwanzig Flächen

$$P = \frac{1}{20} = 0,05 = 5\%$$

2. Berechne die Wahrscheinlichkeit bei einem Skat-Blatt.

Ein Skat-Blatt besteht aus 32 Karten mit jeweils vier verschiedenen Farben (Kreuz, Pik, Herz, Karo) und 8 verschiedenen Werten (7, 8, 9, 10, Bube, Dame, König, Ass). Hieraus wird eine Karte zufällig gezogen. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein bestimmtes Ereignis eintritt?

Die Karte, die gezogen wurde, ist:

- a) eine Kreuz-Karte
- b) hat eine Zahl
- c) ist eine rote Karte
- d) ist ein schwarzer Bube

- a) eine Kreuz-Karte

8 Karten: Kreuz 7, 8, 9, 10, Bube, Dame, König, Ass:

$$P(\text{Kreuz-Karte}) = \frac{8}{32} = \frac{1}{4} = 0,25 = 25\%$$

- b) hat eine Zahl

Zahlen, 7, 8, 9, 10, in vier verschiedenen Farben, also sechzehn:

$$P(\text{Zahl-Karte}) = \frac{16}{32} = \frac{1}{2} = 0,5 = 50\%$$

- c) ist eine rote Karte

Rote Karten: Karo und Herz und jeweils acht, also sechzehn:

$$P(\text{Rote Karte}) = \frac{16}{32} = \frac{1}{2} = 0,5 = 50\%$$

- d) ist ein schwarzer Bube

Schwarzer Bube: Pik-Bube und Kreuz-Bube: als zwei:

$$P(\text{Schwarzer Bube}) = \frac{2}{32} = \frac{1}{16} = 0,0625 = 6,25\%$$

3. Gib jeweils die Ergebnismenge und die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses bei gezogenen Kugeln an.

In einem Behälter befinden sich 50 Kugeln, die alle gleich groß sind. Hieraus wird eine Kugel zufällig gezogen. Die Kugeln selbst sind nummeriert, und zwar mit den Zahlen 1, 2, 3, 4, ..., 50.

Sechs verschiedene Ereignisse ($E_1, E_2, E_3, \dots, E_6$) sollen nun betrachtet werden und hierzu jeweils die Ergebnismenge angegeben werden und das Eintreten deren Wahrscheinlichkeit.

E_1 : Die gezogene Kugel hat als Nummer eine ungerade Zahl.

E_2 : Die gezogene Kugel hat als Nummer eine Primzahl.

E_3 : Die gezogene Kugel hat eine Nummer, die durch 9 teilbar ist.

E_4 : Die gezogene Kugel hat als Nummer eine zweistellige Zahl.

E_5 : Die gezogene Kugel hat eine Nummer, die durch 5 teilbar ist.

E_6 : Die gezogene Kugel hat eine Nummer, die kleiner als 32 ist.

E_1 : Die gezogene Kugel hat als Nummer eine ungerade Zahl.

$E_1 = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27, 29, 31, 33, 35, 37, 39, 41, 43, 45, 47, 49\}$

$$P(E_1) = \frac{25}{50} = \frac{1}{2} = 0,5 = 50\%$$

E_2 : Die gezogene Kugel hat als Nummer eine Primzahl.

$E_2 = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47\}$

$$P(E_2) = \frac{15}{50} = \frac{3}{10} = 0,3 = 30\%$$

E_3 : Die gezogene Kugel hat eine Nummer, die durch 9 teilbar ist.

$$E_3 = \{9, 18, 27, 36, 45\}$$

$$P(E_3) = \frac{5}{50} = \frac{1}{10} = 0,1 = 10\%$$

E_4 : Die gezogene Kugel hat als Nummer eine zweistellige Zahl.

$$E_4 = \{10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50\}$$

$$P(E_4) = \frac{41}{50} = 0,82 = 82\%$$

E_5 : Die gezogene Kugel hat eine Nummer, die durch 5 teilbar ist.

$$E_5 = \{5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50\}$$

$$P(E_5) = \frac{10}{50} = \frac{1}{5} = 0,2 = 20\%$$

E_6 : Die gezogene Kugel hat eine Nummer, die kleiner als 32 ist.

$$E_6 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31\}$$

$$P(E_6) = \frac{31}{50} = 0,62 = 62\%$$

4. Gib die Wahrscheinlichkeit zu in Deutschland lebenden Altersgruppen an.

In Deutschland leben 17,5 Millionen Menschen, die unter 21 Jahre alt sind, und 40,3 Millionen Menschen, die unter 40 Jahre alt sind. 40,5 Millionen Bundesbürger sind 40 Jahre oder älter als 40 Jahre. Mindestens 19,4 Millionen Menschen sind hiervon 60 Jahre alt. Von allen Menschen wird zufällig eine Person ausgewählt.

Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine Person mindestens 21 Jahre alt ist und unter 60 Jahren ist?

Unter 21 Jahren: 17,5 Millionen

Unter 40 Jahren: 40,3 Millionen

40 Jahre oder älter: 40,5 Millionen

60 Jahre oder älter: 19,4 Millionen

Gesamtbevölkerung: 40,3 Millionen + 40,5 Millionen = 80,8 Millionen

Altersgruppe über 21 Jahre und unter 40: 40,3 Millionen – 17,5 Millionen = 22,8 Millionen

Altersgruppe über 40 Jahren und unter 60: 40,5 Millionen – 19,4 Millionen = 21,1 Millionen

Altersgruppe über 21 und unter 60: 22,8 Millionen + 21,1 Millionen = 43,9 Millionen

$$P(21 \leq \text{Alter} < 60) = \frac{43,9 \text{ Millionen}}{80,8 \text{ Millionen}} = 0,5433168 \approx 54,3\%$$