Aufgaben zu Wurzeln

1. Gib die folgenden Potenzen in der Wurzelschreibweise wieder.

a) $3^{\frac{1}{2}}$, $2^{\frac{1}{3}}$, $8^{\frac{1}{4}}$, $12^{\frac{1}{5}}$

b) $4^{\frac{2}{3}}$, $2^{\frac{5}{4}}$, $5^{\frac{6}{7}}$, $15^{\frac{3}{8}}$

c) $3^{-\frac{1}{2}}$, $7^{-\frac{2}{3}}$, $5^{-\frac{3}{2}}$, $8^{-\frac{2}{7}}$

d) $4^{0,5}$, $5^{2,5}$, $3^{1,4}$, $2^{2,1}$

2. Ermittle den Wert der aufgelösten Potenz mithilfe des Umformens in die Wurzelschreibweise.

a) $16^{\frac{1}{4}}$

b) $27^{\frac{1}{3}}$

c) $0,25^{\frac{1}{2}}$

d) $32^{\frac{1}{5}}$

e) $64^{\frac{1}{6}}$

f) $(\frac{1}{64})^{\frac{1}{2}}$

g) $4^{\frac{5}{2}}$

h) $27^{\frac{5}{3}}$

i) $81^{\frac{4}{3}}$

j) $8^{\frac{3}{4}}$

k) $64^{\frac{2}{3}}$

l) $36^{-\frac{1}{2}}$

3. Forme die Wurzel zu rationalen Exponenten um.

a) $\sqrt[4]{x^5}$

b) $\sqrt{x+y}$

c) $\sqrt[3]{x^2}$

d) $\sqrt{(x+y)^3}$

e) $\sqrt{x^3}$

f) $\sqrt[3]{(a-b)^2}$

g) $\sqrt[3]{(a \cdot b)}$

4. Berechne mithilfe eines Wurzelgesetzes.

a) $\sqrt{6} \cdot \sqrt{216}$

b) $\sqrt{27} \cdot \sqrt{3}$

c) $\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{25}$

d) $\sqrt{125} \cdot \sqrt{5}$

e) $\sqrt[4]{3} \cdot \sqrt[4]{27}$

f) $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{4}$

g) $\sqrt[3]{7} \cdot \sqrt[3]{49}$

h) $\sqrt[5]{4} \cdot \sqrt[5]{8}$

i) $\sqrt[3]{18} \cdot \sqrt[3]{12}$

j) $\sqrt[4]{216} \cdot \sqrt[4]{6}$

Lösungen

1. Gib die folgenden Potenzen in der Wurzelschreibweise wieder.

a) $3^{\frac{1}{2}}$, $2^{\frac{1}{3}}$, $8^{\frac{1}{4}}$, $12^{\frac{1}{5}}$

$3^{\frac{1}{2}}=\sqrt[2]{3^1}=\sqrt{3}$

$2^{\frac{1}{3}}=\sqrt[3]{2^1}=\sqrt[3]{2}$

$8^{\frac{1}{4}}=\sqrt[4]{8^1}=\sqrt[4]{8}$

$12^{\frac{1}{5}}=\sqrt[5]{12^1}=\sqrt[5]{12}$

b) $4^{\frac{2}{3}}$, $2^{\frac{5}{4}}$, $5^{\frac{6}{7}}$, $15^{\frac{3}{8}}$

$4^{\frac{2}{3}}=\sqrt[3]{4^2}=\sqrt[3]{16}$

$2^{\frac{5}{4}}=\sqrt[4]{2^5}=\sqrt[4]{32}$

$2^{\frac{5}{4}}=\sqrt[4]{2^5}=\sqrt[4]{32}$

$5^{\frac{6}{7}}=\sqrt[7]{5^6}=\sqrt[7]{15625}$

$15^{\frac{3}{8}}=\sqrt[8]{15^3}=\sqrt[8]{3375}$

c) $3^{-\frac{1}{2}}$, $7^{-\frac{2}{3}}$, $5^{-\frac{3}{2}}$, $8^{-\frac{2}{7}}$

$3^{-\frac{1}{2}}=\frac{1}{3^{\frac{1}{2}}}=\frac{1}{\sqrt{3}}$

$7^{-\frac{2}{3}}=\frac{1}{7^{\frac{2}{3}}}=\frac{1}{\sqrt[3]{7^2}}=\frac{1}{\sqrt[3]{49}}$

$$5^{-\frac{3}{2}}=\frac{1}{5^{\frac{3}{2}}}=\frac{1}{\sqrt[2]{5^3}}=\frac{1}{\sqrt{125}}$$

$$8^{-\frac{7}{7}}=\frac{1}{8^{\frac{2}{7}}}=\frac{1}{\sqrt[7]{8^2}}=\frac{1}{\sqrt[7]{64}}$$

d) $4^{0,5}$, $5^{2,5}$, $3^{1,4}$, $2^{2,1}$

$$4^{0,5}=4^{\frac{5}{10}}=4^{\frac{1}{2}}=\sqrt[2]{4^1}=\sqrt{4}=2$$

$$5^{2,5}=5^{\frac{25}{10}}=5^{\frac{5}{2}}=\sqrt[2]{5^5}=\sqrt{3125}$$

$$3^{1,4}=3^{\frac{14}{10}}=3^{\frac{7}{5}}=\sqrt[5]{3^7}=\sqrt[5]{2187}$$

$$2^{2,1}=2^{\frac{21}{10}}=\sqrt[10]{2^{21}}=\sqrt[10]{2097152}$$

2. Ermittle den Wert der aufgelösten Potenz mithilfe des Umformens in die Wurzelschreibweise.

a) $16^{\frac{1}{4}}$

$$16^{\frac{1}{4}}=\sqrt[4]{16^1}=\sqrt[4]{16}=2$$

b) $27^{\frac{1}{3}}$

$$27^{\frac{1}{3}}=\sqrt[3]{27^1}=\sqrt[3]{27}=3$$

c) $0{,}25^{\frac{1}{2}}$

$$0{,}25^{\frac{1}{2}}=\sqrt[2]{0{,}25^1}=\sqrt{0{,}25}=0{,}5$$

d) $32^{\frac{1}{5}}$

$32^{\frac{1}{5}}=\sqrt[5]{32^1}=\sqrt[5]{32}=2$

e) $64^{\frac{1}{6}}$

$64^{\frac{1}{6}}=\sqrt[5]{64^1}=\sqrt[5]{64}=2$

f) $(\frac{1}{64})^{\frac{1}{2}}$

$(\frac{1}{64})^{\frac{1}{2}}=\frac{1}{\sqrt[2]{64^1}}=\frac{1}{\sqrt{64}}=\frac{1}{8}$

g) $4^{\frac{5}{2}}$

$4^{\frac{5}{2}}=\sqrt[2]{4^5}=\sqrt{1024}=32$

h) $27^{\frac{5}{3}}$

$27^{\frac{5}{3}}=\sqrt[3]{27^5}=\sqrt[3]{14348907}=243$

i) $81^{\frac{4}{3}}$

$81^{\frac{4}{3}}=\sqrt[3]{81^4}=\sqrt[3]{43046721}\approx 350{,}47$

j) $8^{\frac{3}{4}}$

$8^{\frac{3}{4}}=\sqrt[4]{8^3}=\sqrt[4]{512}\approx 4{,}76$

k) $64^{\frac{2}{3}}$

$64^{\frac{2}{3}}=\sqrt[3]{64^2}=\sqrt[3]{4096}=16$

l) $36^{-\frac{1}{2}}$

$36^{-\frac{1}{2}}=\frac{1}{36^{\frac{1}{2}}}=\frac{1}{\sqrt[2]{36^1}}=\frac{1}{\sqrt{36}}=\frac{1}{6}$

3. Forme die Wurzel zu rationalen Exponenten um.

a) $\sqrt[4]{x^5}$

$\sqrt[4]{x^5}=x^{\frac{5}{4}}$

b) $\sqrt{x+y}$

$\sqrt{x+y}=(x+y)^{\frac{1}{2}}$

c) $\sqrt[3]{x^2}$

$\sqrt[3]{x^2}=x^{\frac{2}{3}}$

d) $\sqrt{(x+y)^3}$

$\sqrt{(x+y)^3}=(x+y)^{\frac{3}{2}}$

e) $\sqrt{x^3}$

$\sqrt{x^3}=x^{\frac{3}{2}}$

f) $\sqrt[3]{(a-b)^2}$

$\sqrt[3]{(a-b)^2}=(a-b)^{\frac{2}{3}}$

g) $\sqrt[3]{(a\cdot b)}$

$\sqrt[3]{(a\cdot b)}=(a\cdot b)^{\frac{1}{3}}$

4. Berechne mithilfe eines Wurzelgesetzes.

a) $\sqrt{6}\cdot\sqrt{216}$

$\sqrt{6}\cdot\sqrt{216}=\sqrt{6\cdot 216}=\sqrt{1296}=36$

b) $\sqrt{27}\cdot\sqrt{3}$

$\sqrt{27}\cdot\sqrt{3}=\sqrt{27\cdot 3}=\sqrt{81}=9$

c) $\sqrt[3]{5}\cdot\sqrt[3]{25}$

$\sqrt[3]{5}\cdot\sqrt[3]{25}=\sqrt[3]{5\cdot 25}=\sqrt[3]{125}=5$

d) $\sqrt{125}\cdot\sqrt{5}$

$\sqrt{125}\cdot\sqrt{5}=\sqrt{125\cdot 5}=\sqrt{625}=25$

e) $\sqrt[4]{3}\cdot\sqrt[4]{27}$

$\sqrt[4]{3}\cdot\sqrt[4]{27}=\sqrt[4]{3\cdot 27}=\sqrt[4]{81}=3$

f) $\sqrt[3]{2}\cdot\sqrt[3]{4}$

$\sqrt[3]{2}\cdot\sqrt[3]{4}=\sqrt[3]{2\cdot 4}=\sqrt[3]{8}=2$

g) $\sqrt[3]{7}\cdot\sqrt[3]{49}$

$\sqrt[3]{7}\cdot\sqrt[3]{49}=\sqrt[3]{7\cdot 49}=\sqrt[3]{343}=7$

h) $\sqrt[5]{4}\cdot\sqrt[5]{8}$

$\sqrt[5]{4}\cdot\sqrt[5]{8}=\sqrt[5]{4\cdot 8}=\sqrt[5]{32}=2$

i) $\sqrt[3]{18}\cdot\sqrt[3]{12}$

$\sqrt[3]{18}\cdot\sqrt[3]{12}=\sqrt[3]{18\cdot 12}=\sqrt[3]{216}=6$

j) $\sqrt[4]{216}\cdot\sqrt[4]{6}$

$\sqrt[4]{216}\cdot\sqrt[4]{6}=\sqrt[4]{216\cdot 6}=\sqrt[4]{1296}=6$