

## Aufgaben zu Ableitungen von Funktionen

1. Bestimme die 1. Ableitung der Funktion.

a)  $f(x) = x^3$

b)  $f(x) = x^8$

c)  $f(x) = x^{38}$

d)  $f(x) = x^{-3}$

e)  $f(x) = x^{-15}$

f)  $f(x) = x^{-209}$

g)  $f(x) = x^0$

h)  $f(x) = \frac{1}{x^3}$

i)  $f(x) = \frac{1}{x^{-5}}$

j)  $f(x) = \frac{1}{x^{-234}}$

2. Gib die 1. Ableitung von den Funktionen an.

a)  $f(x) = x^4 + x^2$

b)  $f(x) = x^5 + x^{-3}$

c)  $f(x) = x^2 + \sqrt{x}$

d)  $f(x) = 3x^4$

e)  $f(x) = x^{-5} + \frac{1}{x}$

f)  $f(x) = \sqrt{8x}$

g)  $f(x) = \frac{-3}{x^4}$

3. Wende, falls möglich, die Potenzregel an und bestimme die 1. Ableitung der Funktion. Begründe die Richtigkeit der Ableitungsregel.

a)  $f(x) = (x^3)^2$

b)  $f(x) = (x^{-4})^2$

c)  $f(x) = x^{\frac{2}{5}}$

d)  $f(x) = \left(x^{\frac{1}{4}}\right)^8$

e)  $f(x) = x^{5,5}$

f)  $f(x) = (x^{\sqrt{2}})^2$

g)  $f(x) = \left(\frac{1}{x^{-4}}\right)^{0,1}$

h)  $f(x) = \left(\frac{1}{x^{-2}}\right)^{2,5}$

4. Leite die Funktion 1-mal ab.

a)  $f(x) = 3x^5 + 7x^2$

b)  $f(x) = 4,5x^5 - 0,5x^4$

c)  $f(x) = 8x^3 + 6 \cdot \sqrt{x}$

$$\text{d) } f(x) = -\left(\frac{6}{x^4}\right) + 8 \cdot \sqrt{4x}$$

$$\text{e) } f(x) = \sqrt{4x} + \sqrt{4x}$$

$$\text{f) } f(x) = \frac{4}{x^4} + \frac{(-3)}{x^3}$$

## Lösungen

1. Bestimme die 1. Ableitung der Funktion.

a)  $f(x) = x^3$

$$f'(x) = 3 \cdot x^{3-1} = 3x^2$$

b)  $f(x) = x^8$

$$f'(x) = x^8 = 8 \cdot x^{8-1} = 8x^7$$

c)  $f(x) = x^{38}$

$$f'(x) = 38 \cdot x^{38-1} = 38x^{37}$$

d)  $f(x) = x^{-3}$

$$f'(x) = (-3) \cdot x^{-3-1} = -3x^{-4} = -\frac{3}{x^4}$$

e)  $f(x) = x^{-15}$

$$f'(x) = (-15) \cdot x^{-15-1} = -15x^{-16} = -\frac{15}{x^{16}}$$

f)  $f(x) = x^{-209}$

$$f'(x) = (-209) \cdot x^{-209-1} = -209x^{-210} = -\frac{209}{x^{210}}$$

g)  $f(x) = x^0$

$$f(x) = x^0 = 1$$

$$f'(x) = 0$$

$$h) f(x) = \frac{1}{x^3}$$

$$f(x) \frac{1}{x^3} = x^{-3}$$

$$f'(x) = (-3) \cdot x^{-3-1} = -3x^{-4} = -\frac{3}{x^4}$$

$$i) f(x) = \frac{1}{x^{-5}}$$

$$f(x) = \frac{1}{x^{-5}} = x^5$$

$$f'(x) = 5 \cdot x^{5-1} = 5x^4$$

$$j) f(x) = \frac{1}{x^{-234}}$$

$$f(x) = \frac{1}{x^{-234}} = x^{234}$$

$$f'(x) = 234 \cdot x^{234-1} = 234x^{233}$$

2. Gib die 1. Ableitung von den Funktionen an.

$$a) f(x) = x^4 + x^2$$

$$f'(x) = 4 \cdot x^{4-1} + 2 \cdot x^{2-1} = 4x^3 + 2x$$

$$b) f(x) = x^5 + x^{-3}$$

$$f'(x) = 5 \cdot x^{5-1} + (-3) \cdot x^{-3-1} = 5x^4 - 3x^{-4} = 5x^4 - \frac{3}{x^4}$$

$$c) f(x) = x^2 + \sqrt{x}$$

$$f(x) = x^2 + \sqrt{x} = x^2 + x^{\frac{1}{2}}$$

$$f'(x) = 2 \cdot x^{2-1} + \frac{1}{2} \cdot x^{\frac{1}{2}-1} = 2x + \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}} = 2x + \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$d) f(x) = 3x^4$$

$$f'(x) = 4 \cdot 3x^{4-1} = 12x^3$$

$$e) f(x) = x^{-5} + \frac{1}{x}$$

$$f(x) = x^{-5} + \frac{1}{x} = x^{-5} + x^{-1}$$

$$f'(x) = -5 \cdot x^{-5-1} + (-1) \cdot x^{-1-1} = -5x^{-6} - x^{-2} = -\frac{5}{x^6} - \frac{1}{x^2}$$

$$f) f(x) = \sqrt{8x}$$

$$f(x) = \sqrt{8x} = (8x)^{\frac{1}{2}} = 8^{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{1}{2}} = \sqrt{8} \cdot x^{\frac{1}{2}}$$

$$f'(x) = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{8} \cdot x^{\frac{1}{2}-1} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{8} \cdot x^{-\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{8}}{2 \cdot \sqrt{x}} = \frac{\sqrt{8}}{2\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{2 \cdot 4}}{2\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{4}}{2\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{2} \cdot 2}{2\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{x}}$$

$$g) f(x) = \frac{-3}{x^4}$$

$$f(x) = \frac{-3}{x^4} = -3x^{-4}$$

$$f'(x) = (-4) \cdot (-3)x^{-4-1} = 12x^{-5} = \frac{12}{x^5}$$

3. Wende, falls möglich, die Potenzregel an und bestimme die 1. Ableitung der Funktion. Begründe die Richtigkeit der Ableitungsregel.

a)  $f(x) = (x^3)^2$

$$f(x) = (x^3)^2 = x^{3 \cdot 2} = x^6$$

$$f'(x) = 6 x^{6-1} = 6x^5$$

Die Potenzregel gilt für Potenzen mit positiven Exponenten.

b)  $f(x) = (x^{-4})^2$

$$f(x) = (x^{-4})^2 = x^{(-4) \cdot 2} = x^{-8}$$

$$f'(x) = (-8) \cdot x^{-8-1} = -8x^{-9}$$

Die Potenzregel gilt für Potenzen mit negativen Exponenten.

c)  $f(x) = x^{\frac{2}{5}}$

$$f'(x) = \frac{2}{5} \cdot x^{\frac{2}{5}-1} = \frac{2}{5} \cdot x^{\frac{2}{5}-\frac{5}{5}} = \frac{2}{5} x^{-\frac{3}{5}}$$

Die Potenzregel gilt für Potenzen mit Bruchzahlen im Exponenten.

d)  $f(x) = \left(x^{\frac{1}{4}}\right)^8$

$$f(x) = \left(x^{\frac{1}{4}}\right)^8 = x^{\frac{1}{4} \cdot 8} = x^{\frac{8}{4}} = x^2$$

$$f'(x) = 2 \cdot x^{2-1} = 2x$$

Die Potenzregel gilt für Potenzen mit positiven Exponenten.

e)  $f(x) = x^{5,5}$

$$f'(x) = 5,5 \cdot x^{5,5-1} = 5,5x^{4,5}$$

Die Potenzregel gilt für Potenzen mit Dezimalzahlen im Exponenten.

$$f) f(x) = (x^{\sqrt{2}})^2$$

$$f(x) = (x^{\sqrt{2}})^2 = x^{\sqrt{2} \cdot 2} = x^{2\sqrt{2}}$$

$$f'(x) = 2\sqrt{2} \cdot x^{2\sqrt{2}-1} = 2\sqrt{2}x^{2\sqrt{2}-1}$$

Die Potenzregel gilt für Potenzen mit Wurzeln im Exponenten.

$$g) f(x) = \left(\frac{1}{x^{-4}}\right)^{0,1}$$

$$f(x) = \left(\frac{1}{x^{-4}}\right)^{0,1} = (x^4)^{0,1} = x^{4 \cdot 0,1} = x^{0,4}$$

$$f'(x) = 0,4 \cdot x^{0,4-1} = 0,4 x^{-0,6}$$

Die Potenzregel gilt für Potenzen mit Dezimalzahlen im Exponenten.

$$h) f(x) = \left(\frac{1}{x^{-2}}\right)^{2,5}$$

$$f(x) = \left(\frac{1}{x^{-2}}\right)^{2,5} = (x^2)^{2,5} = x^{2 \cdot 2,5} = x^5$$

$$f'(x) = 5 \cdot x^{5-1} = 5x^4$$

Die Potenzregel gilt für Potenzen mit positiven Exponenten.

4. Leite die Funktion 1-mal ab.

$$a) f(x) = 3x^5 + 7x^2$$

$$f'(x) = 5 \cdot 3x^{5-1} + 2 \cdot 7x^{2-1} = 15x^4 + 14x$$

$$b) f(x) = 4,5x^5 - 0,5x^4$$

$$f'(x) = 5 \cdot 4,5x^{5-1} - 4 \cdot 0,5x^{4-1} = 22,5x^4 - 2x^3$$

$$c) f(x) = 8x^3 + 6 \cdot \sqrt{x}$$

$$f(x) = 8x^3 + 6 \cdot \sqrt{x} = 8x^3 + 6 \cdot x^{\frac{1}{2}}$$

$$f'(x) = 3 \cdot 8x^{3-1} + \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot x^{\frac{1}{2}-1} = 24x^2 + 3x^{-\frac{1}{2}} = 24x^2 + \frac{3}{\sqrt{x}}$$

$$d) f(x) = -\left(\frac{6}{x^4}\right) + 8 \cdot \sqrt{4x}$$

$$f(x) = -\left(\frac{6}{x^4}\right) + 8 \cdot \sqrt{4x} = -(6x^{-4}) + 8 \cdot (4x)^{\frac{1}{2}} = -(6x^{-4}) + 8 \cdot 2 x^{\frac{1}{2}} = -(6x^{-4}) + 16x^{\frac{1}{2}}$$

$$f'(x) = -(-4) \cdot (6) \cdot x^{-4-1} + \frac{1}{2} \cdot 16 \cdot x^{\frac{1}{2}-1} = 24x^{-5} + 8x^{-\frac{1}{2}} = \frac{24}{x^5} + \frac{8}{\sqrt{x}}$$

$$e) f(x) = \sqrt{4x} + \sqrt{4x}$$

$$f(x) = \sqrt{4x} + \sqrt{4x} = 2x + (4x)^{\frac{1}{2}} = 2x + 2x^{\frac{1}{2}}$$

$$f'(x) = 1 \cdot 2 \cdot x^{1-1} + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot x^{\frac{1}{2}-1} = 2x^0 + x^{-\frac{1}{2}} = 2 + x^{-\frac{1}{2}} = 2 + \frac{1}{\sqrt{x}}$$

$$f) f(x) = \frac{4}{x^4} + \frac{(-3)}{x^3}$$

$$f(x) = \frac{4}{x^4} + \frac{(-3)}{x^3} = 4x^{-4} + (-3)x^{-3}$$

$$f'(x) = (-4) \cdot 4 x^{-4-1} + (-3) \cdot (-3)x^{-3-1} = -16x^{-5} + 9x^{-4} = -\frac{16}{x^5} + \frac{9}{x^4}$$