

Aufgabe zu quadratischen Gleichungen

1. Wende zur Ermittlung der Lösungsmenge die p-q-Formel an.

a) $x^2 + 9x - 52 = 0$

b) $x^2 - 16x + 64 = 0$

c) $y^2 - 6y - 187 = 0$

d) $a^2 + 2,55a - 4,5 = 0$

e) $x^2 + 10,8x - 63 = 0$

f) $y^2 + 13y + 42,25 = 0$

g) $x^2 - 7x + 12 = 0$

h) $a^2 - 7a + 8 = 0$

2. Bilde zu allen Aufgaben die Diskriminante. Lese davon ab, wie viele Lösungen die quadratische Gleichung hat, und bestimme diese.

a) $x^2 - 17x + 70 = 0$

b) $x^2 - 1,2x - 0,64 = 0$

c) $y^2 - 14x + 53 = 0$

d) $a^2 + 2,5a - 51 = 0$

e) $y^2 + 1,6y + 0,64 = 0$

f) $\frac{1}{3}a^2 + 3a + \frac{27}{4}$

g) $10y^2 - 4x + 3 = 0$

h) $x^2 - 2,8x + 3,61 = 0$

3. Alle Gleichungen kann man in die Form $x^2 + px = 0$ auflösen. Ermittle anschließend die Lösung.

a) $x(2x + 18) = 0$

b) $(8 + x)(4x - 6) = -48$

c) $(y - 10)(y - 5) = 50$

d) $(3x + 5)x + 1 = (2x + 1)^2$

e) $(2a - 5)(5a - 2) = 10$

f) $25 + 4x(2x + 1) = (5 + 3x)^2$

Lösungen

1. Wende zur Ermittlung der Lösungsmenge die p-q-Formel an.

a)

$$x^2 + 9x - 52 = 0$$

$$x_{1,2} = -\frac{9}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{9}{2}\right)^2 + 52}$$

$$x_{1,2} = -4,5 \pm \sqrt{\frac{81}{4} + 52}$$

$$x_{1,2} = -4,5 \pm \sqrt{20,25 + 52}$$

$$x_{1,2} = -4,5 \pm \sqrt{72,25}$$

$$x_{1,2} = -4,5 \pm \sqrt{72,25}$$

$$x_{1,2} = -4,5 \pm 8,5$$

$$x_1 = -4,5 + 8,5 = 4$$

$$x_2 = -4,5 - 8,5 = -13$$

$$L = \{-13; 4\}$$

b)

$$x^2 - 16x + 64 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{16}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{16}{2}\right)^2 - 64}$$

$$x_{1,2} = 8 \pm \sqrt{(8)^2 - 64}$$

$$x_{1,2} = 8 \pm \sqrt{64 - 64}$$

$$x_{1,2} = 8 \pm \sqrt{0}$$

$$x_{1,2} = 8 \pm 0$$

$$x_{1,2} = 8$$

$$L = \{8\}$$

c)

$$y^2 - 6y - 187 = 0$$

$$y_{1,2} = \frac{6}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{6}{2}\right)^2 + 187}$$

$$y_{1,2} = 3 \pm \sqrt{(3)^2 + 187}$$

$$y_{1,2} = 3 \pm \sqrt{9 + 187}$$

$$y_{1,2} = 3 \pm \sqrt{196}$$

$$y_{1,2} = 3 \pm 14$$

$$y_1 = 3 - 14 = -11$$

$$y_2 = 3 + 14 = 17$$

$$L = \{-11; 17\}$$

d)

$$a^2 + 2,55a - 4,5 = 0$$

$$a_{1,2} = -\frac{2,55}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{2,55}{2}\right)^2 + 4,5}$$

$$a_{1,2} = -1,275 \pm \sqrt{(1,275)^2 + 4,5}$$

$$a_{1,2} = -1,275 \pm \sqrt{1,625625 + 4,5}$$

$$a_{1,2} = -1,275 \pm \sqrt{6,125625}$$

$$a_{1,2} = -1,275 \pm 2,475$$

$$a_1 = -1,275 - 2,475 = -3,75$$

$$a_2 = -1,275 + 2,475 = 1,2$$

$$L = \{-3,75; 1,2\}$$

e)

$$x^2 + 10,8x - 63 = 0$$

$$x_{1,2} = -\frac{10,8}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{10,8}{2}\right)^2 + 63}$$

$$x_{1,2} = -5,4 \pm \sqrt{(5,4)^2 + 63}$$

$$x_{1,2} = -5,4 \pm \sqrt{29,16 + 63}$$

$$x_{1,2} = -5,4 \pm \sqrt{29,16 + 63}$$

$$x_{1,2} = -5,4 \pm \sqrt{92,16}$$

$$x_{1,2} = -5,4 \pm 9,6$$

$$x_1 = -5,4 - 9,6 = -15$$

$$x_2 = -5,4 + 9,6 = 4,2$$

$$L = \{-15; 4,2\}$$

f)

$$y^2 + 13y + 42,25 = 0$$

$$y_{1,2} = -\frac{13}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{13}{2}\right)^2 - 42,25}$$

$$y_{1,2} = -6,5 \pm \sqrt{(6,5)^2 - 42,25}$$

$$y_{1,2} = -6,5 \pm \sqrt{(6,5)^2 - 42,25}$$

$$y_{1,2} = -6,5 \pm \sqrt{42,25 - 42,25}$$

$$y_{1,2} = -6,5 \pm \sqrt{0}$$

$$y_{1,2} = -6,5 \pm 0$$

$$y_{1,2} = -6,5$$

$$L = \{-6,5\}$$

g)

$$x^2 - 7x + 12 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{7}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{7}{2}\right)^2 - 12}$$

$$x_{1,2} = 3,5 \pm \sqrt{(3,5)^2 - 12}$$

$$x_{1,2} = 3,5 \pm \sqrt{12,25 - 12}$$

$$x_{1,2} = 3,5 \pm \sqrt{0,25}$$

$$x_{1,2} = 3,5 \pm 0,5$$

$$x_1 = 3,5 - 0,5 = 3$$

$$x_2 = 3,5 + 0,5 = 4$$

$$L = \{3; 4\}$$

h)

$$a^2 - 7a + 8 = 0$$

$$a_{1,2} = \frac{7}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{7}{2}\right)^2 - 8}$$

$$a_{1,2} = 3,5 \pm \sqrt{(3,5)^2 - 8}$$

$$a_{1,2} = 3,5 \pm \sqrt{12,25 - 8}$$

$$a_{1,2} = 3,5 \pm \sqrt{4,25}$$

$$a_{1,2} = 3,5 \pm 2,06$$

$$a_1 \approx 3,5 - 2,06 \approx 1,44$$

$$a_2 \approx 3,5 + 2,06 \approx 5,56$$

$$L = \{1,44; 5,56\}$$

2. Bilde zu allen Aufgaben die Diskriminante. Lese davon ab, wie viele Lösungen die quadratische Gleichung hat, und bestimme diese.

a)

$$x^2 - 17x + 70 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{17}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{17}{2}\right)^2 - 70}$$

$$x_{1,2} = 8,5 \pm \sqrt{(8,5)^2 - 70}$$

$$x_{1,2} = 8,5 \pm \sqrt{2,25}$$

Zwei Lösungen.

$$x_{1,2} = 8,5 \pm 1,5$$

$$x_1 = 8,5 - 1,5 = 7$$

$$x_2 = 8,5 + 1,5 = 10$$

b)

$$x^2 - 1,2x - 0,64 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{1,2}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{1,2}{2}\right)^2 + 0,64}$$

$$x_{1,2} = 0,6 \pm \sqrt{(0,6)^2 + 0,64}$$

$$x_{1,2} = 0,6 \pm \sqrt{0,36 + 0,64}$$

$$x_{1,2} = 0,6 \pm \sqrt{1}$$

Zwei Lösungen.

$$x_{1,2} = 0,6 \pm 1$$

$$x_1 = 0,6 - 1 = -0,4$$

$$x_2 = 0,6 + 1 = 1,6$$

c)

$$y^2 - 14y + 53 = 0$$

$$y_{1,2} = \frac{14}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{14}{2}\right)^2 - 53}$$

$$y_{1,2} = 7 \pm \sqrt{(7)^2 - 53}$$

$$y_{1,2} = 7 \pm \sqrt{49 - 53}$$

$$y_{1,2} = 7 \pm \sqrt{-4}$$

Keine Lösung.

d)

$$a^2 + 2,5a - 51 = 0$$

$$a_{1,2} = -\frac{2,5}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{2,5}{2}\right)^2 + 51}$$

$$a_{1,2} = -1,25 \pm \sqrt{(1,25)^2 + 51}$$

$$a_{1,2} = -1,25 \pm \sqrt{1,5625 + 51}$$

$$a_{1,2} = -1,25 \pm \sqrt{52,5625}$$

Zwei Lösungen.

$$a_{1,2} = -1,25 \pm 7,25$$

$$a_1 = -1,25 - 7,25 = -8,5$$

$$a_2 = -1,25 + 7,25 = 6$$

e)

$$y^2 + 1,6x + 0,64 = 0$$

$$y_{1,2} = -\frac{1,6}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{1,6}{2}\right)^2 - 0,64}$$

$$y_{1,2} = -0,8 \pm \sqrt{(0,8)^2 - 0,64}$$

$$y_{1,2} = -0,8 \pm \sqrt{0,64 - 0,64}$$

$$y_{1,2} = -0,8 \pm \sqrt{0}$$

Eine Lösung.

$$y_{1,2} = -0,8 \pm 0$$

$$y_{1,2} = -0,8$$

f)

$$\frac{1}{3}a^2 + 3a + \frac{27}{4} \quad | \cdot 3$$

$$a^2 + 9a + \frac{81}{4}$$

$$a^2 + 9a + 20,25$$

$$a_{1,2} = -\frac{9}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{9}{2}\right)^2 - 20,25}$$

$$a_{1,2} = -4,5 \pm \sqrt{(4,5)^2 - 20,25}$$

$$a_{1,2} = -4,5 \pm \sqrt{20,25 - 20,25}$$

$$a_{1,2} = -4,5 \pm \sqrt{0}$$

Eine Lösung.

$$a_{1,2} = -4,5 \pm 0$$

$$a_{1,2} = -4,5$$

g)

$$10y^2 - 4y + 3 = 0 \quad | : 10$$

$$y^2 - 0,4y + 0,3 = 0$$

$$y_{1,2} = \frac{0,4}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{0,4}{2}\right)^2 - 0,3}$$

$$y_{1,2} = 0,2 \pm \sqrt{(0,2)^2 - 0,3}$$

$$y_{1,2} = 0,2 \pm \sqrt{0,04 - 0,3}$$

$$y_{1,2} = 0,2 \pm \sqrt{-0,26}$$

Keine Lösung.

h)

$$x^2 - 2,8x + 3,61 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{2,8}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{2,8}{2}\right)^2 - 3,61}$$

$$x_{1,2} = 1,4 \pm \sqrt{(1,4)^2 - 3,61}$$

$$x_{1,2} = 1,4 \pm \sqrt{(1,4)^2 - 3,61}$$

$$x_{1,2} = 1,4 \pm \sqrt{1,96 - 3,61}$$

$$x_{1,2} = 1,4 \pm \sqrt{-1,65}$$

Keine Lösung.

3. Alle Gleichungen kann man in die Form $x^2 + px = 0$ auflösen. Ermittle anschließend die Lösung.

a)

$$x(2x + 18) = 0$$

$$x \cdot 2x + x \cdot 18 = 0$$

$$2x^2 + 18x = 0 \quad | : 2$$

$$x^2 + 9x = 0$$

$$x(x + 9) = 0$$

$$x_1 = 0; x_2 = -9$$

b)

$$(8 + x)(4x - 6) = -48$$

$$8 \cdot 4x - 8 \cdot 6 + x \cdot 4x - x \cdot 6 = -48$$

$$32x - 48 + 4x^2 - 6x = -48$$

$$26x + 4x^2 - 48 = -48 \quad | + 48$$

$$4x^2 + 26x = 0 \quad | : 4$$

$$x^2 + 6,5x = 0$$

$$x(x + 6,5) = 0$$

$$x_1 = 0; x_2 = -6,5$$

c)

$$(y - 10)(y - 5) = 50$$

$$y \cdot y - y \cdot 5 - 10 \cdot y + 10 \cdot 5 = 50$$

$$y^2 - 5y - 10y + 50 = 50$$

$$y^2 - 15y + 50 = 50 \quad | - 50$$

$$y^2 - 15y = 0$$

$$y(y - 15) = 0$$

$$y_1 = 0; y_2 = 15$$

d)

$$(3x + 5)x + 1 = (2x + 1)^2$$

$$3x \cdot x + 5 \cdot x + 1 = (2x)^2 + 2 \cdot 2x \cdot 1 + (1)^2$$

$$3x^2 + 5x + 1 = 4x^2 + 4x + 1 \quad | - 4x^2$$

$$-x^2 + 5x + 1 = 4x + 1 \quad | - 4x$$

$$-x^2 + x + 1 = 1 \quad | - 1$$

$$-x^2 + x = 0 \quad | \cdot (-1)$$

$$x^2 - x = 0$$

$$x(x - 1) = 0$$

$$x_1 = 0; x_2 = 1$$

e)

$$(2a - 5)(5a - 2) = 10$$

$$2a \cdot 5a - 2a \cdot 2 - 5 \cdot 5a + 5 \cdot 2 = 10$$

$$10a^2 - 4a - 25a + 10 = 10$$

$$10a^2 - 29a + 10 = 10 \quad | - 10$$

$$10a^2 - 29a = 0 \quad | : 10$$

$$a^2 - 2,9a = 0$$

$$a(a - 2,9) = 0$$

$$a_1 = 0; a_2 = 2,9$$

f)

$$25 + 4x(2x + 1) = (5 + 3x)^2$$

$$25 + 4x \cdot 2x + 4x \cdot 1 = (5)^2 + 2 \cdot 5 \cdot 3x + (3x)^2$$

$$25 + 8x^2 + 4x = 25 + 30x + 9x^2 \quad | - 8x^2$$

$$25 + 4x = 25 + 30x + x^2 \quad | - 4x$$

$$25 = 25 + 26x + x^2 \quad | - 25$$

$$x^2 + 26x = 0$$

$$x(x + 26) = 0$$

$$x_1 = 0; x_2 = -26$$