

Aufgaben zu quadratischen Gleichungen

1. Bestimme jeweils die Lösungsmenge der reinquadratischen Gleichungen.

a)

$$x^2 = 16;$$

$$x^2 - 25 = 0;$$

$$x^2 - 2,25 = 0$$

b)

$$0,3x^2 = 0,012;$$

$$0,25x^2 = 0;$$

$$4y^2 - 9 = 0$$

c)

$$0,25a^2 = 25;$$

$$\frac{1}{2}x^2 = \frac{25}{8};$$

$$4x^2 + 1 = 0$$

d)

$$\sqrt{5}x^2 = 25;$$

$$0,24y^2 - 6 = 0;$$

$$\frac{1}{4}x^2 + \frac{2}{8}x^2 - \frac{1}{6}x^2 = 30$$

e)

$$(x - 4)^2 + (x + 4)^2 = 34;$$

$$-3(x + 8) = (x - 8) \cdot (x + 5);$$

$$-\frac{1}{5}(x^2 - 1) + \frac{1}{3}(x^2 + 5) = 4$$

2. Gib zu folgenden Lösungsmengen jeweils eine reinquadratische Gleichung an.

a) $\{-5; 5\};$

b) $\{0\};$

c) $\{\frac{1}{3}; -\frac{1}{3}\};$

d) $\{\frac{5}{2}; -\frac{5}{2}\};$

e) $\{\};$

g) $\{-0,5; 0,5\};$

h) $\{-\sqrt{3}; \sqrt{3}\};$

i) $\{-\sqrt{2,5}; \sqrt{2,5}\}$

3. Bestimme bei folgenden quadratischen Gleichungen zunächst jeweils die Lösungsmenge und überprüfe anschließend das Ergebnis mittels Probe.

a) $(x - 4)^2 = 1$

b) $(y + 2)^2 = 25$

c) $(a + 7)^2 = 36$

d) $(x + 2)^2 = 0$

e) $(z - 3)^2 = 16$

f) $(a - 5)^2 = -25$

g) $(x - 2)^2 = 16$

h) $(x + 1,2)^2 = 0,49$

i) $(x - 0,6)^2 = 20,25$

Lösungen

1. Bestimme jeweils die Lösungsmenge der reinquadratischen Gleichungen.

a)

$$x^2 = 16 \quad | \sqrt{}$$

$$x = \pm 4$$

$$L = \{-4; 4\}$$

$$x^2 - 25 = 0 \quad | + 25$$

$$x^2 = 25 \quad | \sqrt{}$$

$$x = \pm 5$$

$$L = \{-5; 5\}$$

$$x^2 - 2,25 = 0 \quad | + 2,25$$

$$x^2 = 2,25 \quad | \sqrt{}$$

$$x = \pm 1,5$$

$$L = \{-1,5; 1,5\}$$

b)

$$0,3x^2 = 0,012 \quad | : 0,3$$

$$x^2 = 0,04 \quad | \sqrt{}$$

$$x = \pm 0,2$$

$$L = \{-0,2; 0,2\}$$

$$0,25x^2 = 0 \quad | : 0,25$$

$$x^2 = 0 \quad | \sqrt{}$$

$$x = 0$$

$$L = \{0\}$$

$$4y^2 - 9 = 0 \quad | + 9$$

$$4y^2 = 9 \quad | : 4$$

$$y^2 = 2,25 \quad | \sqrt{}$$

$$y = \pm 1,5$$

$$L = \{-1,5; 1,5\}$$

c)

$$0,25a^2 = 25 \quad | \cdot 4$$

$$a^2 = 100 \quad | \sqrt{}$$

$$a = \pm 10$$

$$L = \{-10; 10\}$$

$$\frac{1}{2}x^2 = \frac{25}{8} \quad | \cdot 2$$

$$x^2 = \frac{50}{8} \quad | \sqrt{}$$

$$x \pm \frac{5}{2}$$

$$L = \left\{-\frac{5}{2}; \frac{5}{2}\right\}$$

$$4x^2 + 1 = 0 \quad | - 1$$

$$4x^2 = -1 \quad | : 4$$

$$x^2 = -0,25 \quad | \sqrt{}$$

$$x = \sqrt{-0,25}$$

$x = \text{nicht definiert in } \mathbb{R}$

$$L = \emptyset$$

d)

$$\sqrt{5}x^2 = 25 \quad | : \sqrt{5}$$

$$x^2 = \frac{25}{\sqrt{5}} \quad | \sqrt{}$$

$$x = \pm \frac{5}{\sqrt[4]{5}}$$

$$L = \left\{ -\frac{5}{\sqrt[4]{5}}; \frac{5}{\sqrt[4]{5}} \right\}$$

$$0,24y^2 - 6 = 0 \quad | + 6$$

$$0,24y^2 = 6 \quad | : 0,24$$

$$y^2 = 25 \quad | \sqrt{}$$

$$y = \pm 5$$

$$L = \{-5; 5\}$$

$$\frac{1}{4}x^2 + \frac{2}{8}x^2 - \frac{1}{6}x^2 = 30$$

$$\frac{1}{3}x^2 = 30 \quad | \cdot 3$$

$$x^2 = 90 \quad | \sqrt{}$$

$$x = \pm \sqrt{90}$$

$$L = \{-\sqrt{90}; \sqrt{90}\}$$

e)

$$(x-4)^2 + (x+4)^2 = 34$$

$$(x)^2 - 2 \cdot x \cdot 4 + (4)^2 + (x)^2 + 2 \cdot x \cdot 4 + (4)^2 = 34$$

$$x^2 - 8x + 16 + x^2 + 8x + 16 = 34$$

$$2x^2 + 32 = 34 \quad | -32$$

$$2x^2 = 2 \quad | :2$$

$$x^2 = 1 \quad | \sqrt{}$$

$$x = \pm 1$$

$$L = \{-1; 1\}$$

$$-3(x+8) = (x-8) \cdot (x+5)$$

$$-3x + (-3) \cdot 8 = x \cdot x + x \cdot 5 + (-8) \cdot x + (-8) \cdot 5$$

$$-3x - 24 = x^2 + 5x - 8x - 40$$

$$-3x - 24 = x^2 - 3x - 40 \quad | +3x$$

$$-24 = x^2 - 40 \quad | +40$$

$$x^2 = 16 \quad | \sqrt{}$$

$$x = \pm 4$$

$$L = \{-4; 4\}$$

$$-\frac{1}{5}(x^2-1) + \frac{1}{3}(x^2+5) = 4$$

$$-\frac{1}{5} \cdot x^2 + \left(-\frac{1}{5}\right) \cdot (-1) + \frac{1}{3} \cdot x^2 + \frac{1}{3} \cdot 5 = 4$$

$$-\frac{1}{5}x^2 + \frac{1}{5} + \frac{1}{3}x^2 + \frac{5}{3} = 4$$

$$\frac{2}{15}x^2 + \frac{28}{15} = 4 \quad | \cdot 15$$

$$2x^2 + 28 = 60 \quad | -28$$

$$2x^2 = 32 \quad | :2$$

$$x^2 = 16 \quad | \sqrt{}$$

$$x = \pm 4$$

$$L = \{-4; 4\}$$

2. Gib zu folgenden Lösungsmengen jeweils eine reinquadratische Gleichung an.

a) $\{-5; 5\}$

$$x^2 = 25$$

b) $\{0\}$

$$x^2 = 0$$

c) $\{\frac{1}{3}; -\frac{1}{3}\}$

$$x^2 = \frac{1}{9}$$

d) $\{\frac{5}{2}; -\frac{5}{2}\}$

$$x^2 = \frac{25}{4}$$

e) $\{\}$

$$x^2 = -5$$

g) $\{-0,5; 0,5\}$

$$x^2 = 0,25$$

h) $\{-\sqrt{3}; \sqrt{3}\}$

$$x^2 = 3$$

$$\text{i) } \{-\sqrt{2,5}; \sqrt{2,5}\}$$

$$x^2 = 2,5$$

3. Bestimme bei folgenden quadratischen Gleichungen zunächst jeweils die Lösungsmenge und überprüfe anschließend das Ergebnis mittels Probe.

a)

$$(x - 4)^2 = 1 \quad | \sqrt{}$$

$$(x - 4) = \pm 1 \quad | + 4$$

$$x = \pm 1 + 4$$

$$x_1 = -1 + 4 = 3$$

$$x_2 = 1 + 4 = 5$$

$$L = \{3; 5\}$$

Probe:

$$x = 3$$

$$(3 - 4)^2 = 1$$

$$(-1)^2 = 1$$

$$1 = 1$$

$$x = 5$$

$$(5 - 4)^2 = 1$$

$$(1)^2 = 1$$

$$1 = 1$$

b)

$$(y + 2)^2 = 25 \quad | \sqrt{}$$

$$y + 2 = \pm 5 \quad | -2$$

$$y = \pm 5 - 2$$

$$y_1 = -5 - 2 = -7$$

$$y_2 = 5 - 2 = 3$$

$$L = \{-7; 3\}$$

Probe:

$$y = -7$$

$$(-7 + 2)^2 = 25$$

$$(-5)^2 = 25$$

$$25 = 25$$

$$y = 3$$

$$(3 + 2)^2 = 25$$

$$(5)^2 = 25$$

$$25 = 25$$

c)

$$(a + 7)^2 = 36 \quad | \sqrt{}$$

$$a + 7 = \pm 6 \quad | -7$$

$$a = \pm 6 - 7$$

$$a_1 = -6 - 7 = -13$$

$$a_2 = 6 - 7 = -1$$

$$L = \{-13; -1\}$$

Probe:

$$x = -13$$

$$(-13 + 7)^2 = 36$$

$$(-6)^2 = 36$$

$$36 = 36$$

$$x = -1$$

$$(-1 + 7)^2 = 36$$

$$(6)^2 = 36$$

$$36 = 36$$

d)

$$(x + 2)^2 = 0 \quad | \sqrt{}$$

$$x + 2 = 0 \quad | -2$$

$$x = -2$$

$$L = \{-2\}$$

Probe:

$$x = -2$$

$$(-2 + 2)^2 = 0$$

$$(0)^2 = 0$$

$$0 = 0$$

e)

$$(z - 3)^2 = 16 \quad | \sqrt{}$$

$$z - 3 = \pm 4 \quad | +3$$

$$z = \pm 4 + 3$$

$$z_1 = -4 + 3 = -1$$

$$z_2 = 4 + 3 = 7$$

$$L = \{-1; 7\}$$

Probe:

$$z = -1$$

$$(-1 - 3)^2 = 16$$

$$(-4)^2 = 16$$

$$16 = 16$$

$$z = 7$$

$$(7 - 3)^2 = 16$$

$$(4)^2 = 16$$

$$16 = 16$$

f)

$$(a - 5)^2 = -25 \quad | \sqrt{}$$

$$a - 5 = \sqrt{-25}$$

$a - 5 =$ nicht definiert in $\mathbb{R}$

$$L = \emptyset$$

g)

$$(x - 2)^2 = 16 \quad | \sqrt{}$$

$$x - 2 = \pm 4 \quad | + 2$$

$$x = \pm 4 + 2$$

$$x_1 = -4 + 2 = -2$$

$$x_2 = 4 + 2 = 6$$

$$L = \{-2; 6\}$$

Probe:

$$x = -2$$

$$(-2 - 2)^2 = 16$$

$$(-4)^2 = 16$$

$$4 = 4$$

$$x = 6$$

$$(6 - 2)^2 = 16$$

$$(4)^2 = 16$$

$$16 = 16$$

h)

$$(x + 1,2)^2 = 0,49 \quad | \sqrt{}$$

$$x + 1,2 = \pm 0,7 \quad | - 1,2$$

$$x = \pm 0,7 - 1,2$$

$$x_1 = -0,7 - 1,2 = -1,9$$

$$x_2 = 0,7 - 1,2 = -0,5$$

$$L = \{-1,9; -0,5\}$$

Probe:

$$x = -1,9$$

$$(-1,9 + 1,2)^2 = 0,49$$

$$(-0,7)^2 = 0,49$$

$$0,49 = 0,49$$

$$x = -0,5$$

$$(-0,5 + 1,2)^2 = 0,49$$

$$(0,7)^2 = 0,49$$

$$0,49 = 0,49$$

i)

$$(x - 0,6)^2 = 20,25 \quad | \sqrt{}$$

$$x - 0,6 = \pm 4,5 \quad | + 0,6$$

$$x = \pm 4,5 + 0,6$$

$$x_1 = -4,5 + 0,6 = -3,9$$

$$x_2 = 4,5 + 0,6 = 5,1$$

$$L = \{-3,9; 5,1\}$$

Probe:

$$x = -3,9$$

$$(-3,9 - 0,6)^2 = 20,25$$

$$(-4,5)^2 = 20,25$$

$$20,25 = 20,25$$

$$x = 5,1$$

$$(5,1 - 0,6)^2 = 20,25$$

$$(4,5)^2 = 20,25$$

$$20,25 = 20,25$$