

Aufgaben zu binomischen Formeln

1. Zeige, dass du die binomischen Formeln richtig gut kannst, indem du folgende Rechenoperationen mittels der binomischen Formeln löst.

- a) 51^2 ; 89^2 ; $61 \cdot 59$
- b) 103^2 ; 97^2 ; $103 \cdot 97$
- c) $1,02^2$; $0,98^2$; $1,02 \cdot 0,98$
- d) 203^2 ; 196^2 ; $203 \cdot 196$

2. Löse zunächst alle Klammern auf, fasse darauf zusammen.

- a) $(4x + 8)^2 - (4x + 8)^2$
- b) $(7x + 3y)^2 + (7x - 3y)^2$
- c) $(5x + 9)^2 - (9 - 5x)^2$
- d) $(8a + 7)^2 - (8a - 7)^2$
- e) $(7x - 6y)^2 - (7x + 6y)^2$
- f) $(3x + 5y)^2 - (3x + 5y)(3x - 5y)$
- g) $(8r - 1)^2 + (2r - 1)(2r + 1)$
- h) $(7x^2 - y^2)(7x^2 + y^2) - (7x^2 + y^2)^2$

3. Vereinfache so weit wie möglich.

a) $(7x + 7y)(7x - 7y) + (x + 4y)^2$

b) $(r + 3s)^2 + (r + s)(4r + s)$

c) $(x + 1,5y)^2 + (3,5x + y)^2$

d) $-(3a + b)(a + b) + (4a + b)^2$

e) $-(0,2r - 0,4s)^2 + (0,5r + 0,3s)^2$

f) $(2a - b)(2a + b) - (a + 3b)^2$

g) $(6x - y)^2 + (8x + y)^2$

h) $(3x + y)(x - 3y) + (5x - y)^2$

i) $-(8a + b)^2 + (8a + b)(8a - b)$

j) $\left(\frac{x}{2} - 2y\right)^2 + \left(6x - \frac{y}{3}\right)^2$

k) $(r - 6s)^2 - (r - s)(5r + s)$

l) $\left(\frac{7}{5}a - \frac{5}{2}b\right)^2 - \left(\frac{5}{2}a - \frac{7}{5}b\right)^2$

4. Zeige, dass Klammerauflösung und Zusammenfassen von Termen kein Problem sind.

a) $(3a + 1) \cdot a + (a + b)^2 - b(b - 1)$

b) $-(7 - 2x)(5x - 2) - (7x - 1)^2 - 10x^2$

c) $(4x - y)(3x + 2y) + 6y^2 - (3x - 2y)^2$

d) $\frac{5}{36} - \left(x - \frac{1}{3}\right)\left(\frac{1}{2} + x\right) + \left(x + \frac{1}{3}\right)^2$

Lösungen

1. Zeige, dass du die binomischen Formeln richtig gut kannst, indem du folgende Rechenoperationen mittels der binomischen Formeln löst.

a)

$$51^2 = (50 + 1)^2 = (50)^2 + 2 \cdot 50 \cdot 1 + (1)^2 = 2500 + 100 + 1 = 2601$$

$$89^2 = (90 - 1)^2 = (90)^2 - 2 \cdot 90 \cdot 1 + (1)^2 = 8100 - 180 + 1 = 7921$$

$$61 \cdot 59 = (60 + 1) \cdot (60 - 1) = (60)^2 - (1)^2 = 3600 - 1 = 3599$$

b)

$$103^2 = (100 + 3)^2 = (100)^2 + 2 \cdot 100 \cdot 3 + (3)^2 = 10000 + 600 + 9 = 10609$$

$$97^2 = (100 - 3)^2 = (100)^2 - 2 \cdot 100 \cdot 3 + (3)^2 = 10000 - 600 + 9 = 9409$$

$$103 \cdot 97 = (100 + 3) \cdot (100 - 3) = (100)^2 - (3)^2 = 10000 - 9 = 9991$$

c)

$$1,02^2 = (1 + 0,02)^2 = (1)^2 + 2 \cdot 1 \cdot 0,02 + (0,02)^2 = 1 + 0,04 + 0,0004 = 1,0404$$

$$0,98^2 = (1 - 0,02)^2 = (1)^2 - 2 \cdot 1 \cdot 0,02 + (0,02)^2 = 1 - 0,04 + 0,0004 = 0,9604$$

$$1,02 \cdot 0,98 = (1 + 0,02) \cdot (1 - 0,02) = (1)^2 - (0,02)^2 = 1 - 0,0004 = 0,9996$$

d)

$$203^2 = (200 + 3)^2 = (200)^2 + 2 \cdot 200 \cdot 3 + (3)^2 = 40000 + 1200 + 9 = 41209$$

$$196^2 = (200 - 4)^2 = (200)^2 - 2 \cdot 200 \cdot 4 + (4)^2 = 40000 - 1600 + 16 = 38416$$

$$203 \cdot 196 = (200 + 3)(200 - 4) = 200 \cdot 200 - 200 \cdot 4 + 3 \cdot 200 - 3 \cdot 4 = 40000 - 800 + 600 - 12 = 39788$$

2. Löse zunächst alle Klammern auf, fasse darauf zusammen.

a)

$$(4x + 8)^2 - (4x - 8)^2 = (4x)^2 + 2 \cdot 4x \cdot 8 + (8)^2 - ((4x)^2 + 2 \cdot 4 \cdot x + (8)^2) = 4x^2 + 64x + 64 - 4x^2 - 64x - 64 = 0$$

b)

$$(7x + 3y)^2 + (7x - 3y)^2 = (7x)^2 + 2 \cdot 7x \cdot 3y + (3y)^2 + (7x)^2 - 2 \cdot 7x \cdot 3y + (3y)^2 = 49x^2 + 42xy + 9y^2 + 49x^2 - 42xy + 9y^2 = 98x^2 + 18y^2$$

c)

$$(5x + 9)^2 - (9 - 5x)^2 = (5x)^2 + 2 \cdot 5x \cdot 9 + (9)^2 - ((9)^2 - 2 \cdot 9 \cdot 5x + (5x)^2) = 25x^2 + 90x + 81 - 81 + 90x - 25x^2 = 180x$$

d)

$$(8a + 7)^2 - (8a - 7)^2 = (8a)^2 + 2 \cdot 8a \cdot 7 + (7)^2 - ((8a)^2 - 2 \cdot 8a \cdot 7 + (7)^2) = 64a^2 + 112a + 49 - 64a^2 + 112a - 49 = 224a$$

e)

$$(7x - 6y)^2 - (7x + 6y)^2 = (7x)^2 - 2 \cdot 7x \cdot 6y + (6y)^2 - ((7x)^2 + 2 \cdot 7x \cdot 6y + (6y)^2) = 49x^2 - 84xy + 36y^2 - 49x^2 - 84xy - 36y^2 = -168xy$$

f)

$$(3x + 5y)^2 - (3x + 5y)(3x - 5y) = (3x)^2 + 2 \cdot 3x \cdot 5y + (5y)^2 - ((3x)^2 - (5y)^2) = 9x^2 + 30xy + 25y^2 - 9x^2 + 25y^2 = 30xy + 50y^2$$

g)

$$(8r - 1)^2 + (2r - 1)(2r + 1) = (8r)^2 - 2 \cdot 8r \cdot 1 + (1)^2 + (2r)^2 - (1)^2 = 64r^2 - 16r + 1 + 4r^2 - 1 = 68r^2 - 16r$$

h)

$$(7x^2 - y^2)(7x^2 + y^2) - (7x^2 + y^2)^2 = (7x^2)^2 - (y^2)^2 - ((7x^2)^2 + 2 \cdot 7x^2 \cdot y^2 + (y^2)^2) = 49x^4 - y^4 - 49x^4 - 14x^2y^2 - y^4 = -2y^4 - 14x^2y^2$$

3. Vereinfache so weit wie möglich.

a)

$$(7x + 7y)(7x - 7y) + (x + 4y)^2 = (7x)^2 - (7y)^2 + (x)^2 + 2 \cdot x \cdot 4y + (4y)^2 = 49x^2 - 49y^2 + x^2 + 8xy + 16y^2 = 50x^2 + 8xy - 33y^2$$

b)

$$(r + 3s)^2 + (r + s)(4r + s) = (r)^2 + 2 \cdot r \cdot 3s + (3s)^2 + r \cdot 4r + r \cdot s + s \cdot 4r + s \cdot s = r^2 + 6rs + 9s^2 + 4r^2 + rs + 4rs + s^2 = 5r^2 + 11rs + 10s^2$$

c)

$$(x + 1,5y)^2 + (3,5x + y)^2 = (x)^2 + 2 \cdot x \cdot 1,5y + (1,5y)^2 + (3,5x)^2 + 2 \cdot 3,5x \cdot y + (y)^2 = x^2 + 3xy + 2,25y^2 + 12,25x^2 + 7xy + y^2 = 13,25x^2 + 10xy + 3,25y^2$$

d)

$$-(3a + b)(a + b) + (4a + b)^2 = -(3a \cdot a + 3a \cdot b + b \cdot a + b \cdot b) + (4a)^2 + 2 \cdot 4a \cdot b + (b)^2 = -3a^2 - 3ab - ab - b^2 + 16a^2 + 8ab + b^2 = 13a^2 + 4ab$$

e)

$$-(0,2r - 0,4s)^2 + (0,5r + 0,3s)^2 = -(0,2r)^2 - 2 \cdot 0,2r \cdot 0,4s + (0,4s)^2 + (0,5r)^2 + 2 \cdot 0,5r \cdot 0,3s + (0,3s)^2 = -0,04r^2 + 0,16rs - 0,16s^2 + 0,25r^2 + 0,3rs + 0,09s^2 = 0,21r^2 + 0,46rs - 0,07s^2$$

f)

$$(2a - b)(2a + b) - (a + 3b)^2 = (2a)^2 - (b)^2 - ((a)^2 + 2 \cdot a \cdot 3b + (3b)^2) = 4a^2 - b^2 - a^2 - 6ab - 9b^2 = 3a^2 - 6ab - 10b^2$$

g)

$$(6x - y)^2 + (8x + y)^2 = (6x)^2 - 2 \cdot 6x \cdot y + (y)^2 + (8x)^2 + 2 \cdot 8x \cdot y + (y)^2 = 36x^2 - 12xy + y^2 + 64x^2 + 16xy + y^2 = 100x^2 + 4xy + 2y^2$$

h)

$$(3x + y)(x - 3y) + (5x - y)^2 = 3x \cdot x - 3x \cdot 3y + y \cdot x - y \cdot 3y + (5x)^2 - 2 \cdot 5x \cdot y + (y)^2 = 3x^2 - 9xy + xy - 3y^2 + 25x^2 - 10xy + y^2 = 28x^2 - 18xy - 2y^2$$

i)

$$-(8a + b)^2 + (8a + b)(8a - b) = -((8a)^2 + 2 \cdot 8a \cdot b + (b)^2) + (8a)^2 - (b)^2 = -64a^2 - 16ab - b^2 + 64a^2 - b^2 = -16ab - 2b^2$$

j)

$$\left(\frac{x}{2} - 2y\right)^2 + \left(6x - \frac{y}{3}\right)^2 = \left(\frac{x}{2}\right)^2 - 2 \cdot \frac{x}{2} \cdot 2y + (2y)^2 + (6x)^2 - 2 \cdot 6x \cdot \frac{y}{3} + \left(\frac{y}{3}\right)^2 = \frac{x^2}{4} - 2xy + 4y^2 + 36x^2 - 4xy + \frac{y^2}{9} = 36\frac{1}{4}x^2 - 6xy + 4\frac{1}{9}y^2$$

k)

$$(r - 6s)^2 - (r - s)(5r + s) = (r)^2 - 2 \cdot r \cdot 6s + (6s)^2 - (r \cdot 5r + r \cdot s - s \cdot 5r - s \cdot s) = r^2 - 12rs + 36s^2 -$$

$$5r^2 - rs + 5rs + s^2 = -4r^2 - 8rs + 37s^2$$

1)

$$\left(\frac{7}{5}a - \frac{5}{2}b\right)^2 - \left(\frac{5}{2}a - \frac{7}{5}b\right)^2 = \left(\frac{7}{5}a\right)^2 - 2 \cdot \frac{7}{5}a \cdot \frac{5}{2}b + \left(\frac{5}{2}b\right)^2 - \left(\left(\frac{5}{2}a\right)^2 - 2 \cdot \frac{5}{2}a \cdot \frac{7}{5}b + \left(\frac{7}{5}b\right)^2\right) =$$

$$\frac{49}{25}a^2 - 7ab + \frac{25}{4}b^2 - \frac{25}{4}a^2 + 7ab - \frac{49}{25}b^2 = -\frac{429}{100}a^2 + \frac{429}{100}b^2$$

4. Zeige, dass Klammersauflösung und Zusammenfassen von Termen kein Problem sind.

a)

$$(3a + 1) \cdot a + (a + b)^2 - b(b - 1) = 3a \cdot a + 1 \cdot a + (a)^2 + 2 \cdot a \cdot b + (b)^2 - b \cdot b + b \cdot 1 = 3a^2 + a +$$

$$a^2 + 2ab + b^2 - b^2 + b = 4a^2 + a + 2ab + b$$

b)

$$-(7 - 2x)(5x - 2) - (7x - 1)^2 - 10x^2 = -(7 \cdot 5x - 7 \cdot 2 - 2x \cdot 5x + 2x \cdot 2) - ((7x)^2 - 2 \cdot 7x \cdot 1 +$$

$$(1)^2 - 10x^2 = -35x + 14 + 10x^2 - 4x - 49x^2 + 14x - 1 - 10x^2 = -49x^2 - 25x + 13$$

c)

$$(4x - y)(3x + 2y) + 6y^2 - (3x - 2y)^2 = 4x \cdot 3x + 4x \cdot 2y - y \cdot 3x - y \cdot 2y + 6y^2 - ((3x)^2 - 2 \cdot 3x \cdot$$

$$2y + (2y)^2) = 12x^2 + 8xy - 3xy - 2y^2 + 6y^2 - 9x^2 + 12xy - 4y^2 = 3x^2 + 17xy$$

d)

$$\frac{5}{36} - \left(x - \frac{1}{3}\right)\left(\frac{1}{2} + x\right) + \left(x + \frac{1}{3}\right)^2 = \frac{5}{36} - \left(x \cdot \frac{1}{2} + x \cdot x - \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} - \frac{1}{3} \cdot x\right) + (x)^2 + 2 \cdot x \cdot \frac{1}{3} + \left(\frac{1}{3}\right)^2 =$$

$$\frac{5}{36} - \frac{1}{2}x - x^2 + \frac{1}{6} + \frac{1}{3}x + x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{1}{9} = \frac{1}{2}x + \frac{5}{12}$$